

XXXIII. MAGYAR OPERÁCIÓKUTATÁSI KONFERENCIA

Program és előadáskivonatok

Szeged
2019

Bizottságok

A konferencia Szervező Bizottsága:

Elnök:

Galambos Gábor (MOT)

Titkár:

Krész Miklós (MOT)

Tagjai:

Bozóki Sándor (BJMT)

Gazdag-Tóth Boglárka (MOT)

Süle Zoltán (MOT)

Szép Katalin (GMT)

A konferencia Program Bizottsága:

Elnök:

Csendes Tibor (SZTE)

Titkár:

Kis Tamás (MTA SZTAKI)

Tagjai:

Baran Sándor (DE)

Bertók Botond (PE)

Biró Péter (MTA KTI)

Cserhádi Ilona (BCE)

Fábián Csaba (NJE)

Hauck Zsuzsanna (PTE)

Horváth Zoltán (SZE)

Illés Tibor (BME)

Király Tamás (ELTE)

Recski András (BME)

A konferencia Intéző Bizottsága:

Elnök:

Illés Tibor (MOT)

Tagjai:

Jordán Tibor (BJMT)

Temesi József (GMT)

Előszó

A XXXIII. Magyar Operációkutatási Konferenciát idén a Magyar Operációkutatási Társaság szervezi, a Bolyai János Matematikai Társulat Alkalmazott Matematikai Osztályával és a Gazdaságmodellezési Társasággal közösen. A konferenciára 2019. május 20 és 22 között kerül sor a szegedi Hotel Forrásban.

Az előkészületek lezárultak, a konferencián kísérők nélkül is több mint 100 résztvevő lesz, és csaknem 100 előadást fogadott el a konferencia Program Bizottsága. A konferencián két tudományos díjat is átadnak majd: a Magyar Operációkutatási Társaság Egervári Jenő Emlékplakettjét, és a Gazdaságmodellezési Társaság Krekó Béla Díját. A díjazottak személye még titok.

A konferencián három plenáris előadás lesz. A plenáris előadóink Besenyei István (Pécsi Tudományegyetem), Kolumbán József (Bolyai Tudományegyetem) és Csáji Balázs (MTA SZTAKI). A konferencián három párhuzamos szekció lesz a reguláris előadások számára. Ezekre 20-20 perc áll rendelkezésre. Tekintettel Balas Egon, a Magyar Tudományos Akadémia külső tagja idei, március 18-i elhunytára, a konferencia egy emlékszekcióval tiszteleg emléke előtt.

A korábbi Magyar Operációkutatási Konferenciákhoz hasonlóan most is lesz lehetőség a konferencián elhangzott előadások eredményeinek folyóiratok különszámaiban való megjelentetésére. Erre a célra a Central European Journal of Operations Research, az Alkalmazott Matematikai Lapok és a Sigma folyóiratok szerkesztő bizottságaival folytattunk eredményes tárgyalásokat. A kéziratok benyújtásának részleteit (terjedelem, határidő stb.) a konferencián ismertetjük.

A Magyar Operációkutatási Társaság vezetősége a konferencia Program- és Szervező Bizottságával közösen úgy döntött, hogy a MOT éves rendes közgyűlését a konferencia ideje alatt Szegeden tartja meg. Erre kedd délután kerül majd sor. A közgyűlésen szívesen látjuk a nem MOT tag érdeklődőket is, sőt a helyszínen lehetőség lesz a belépési szándéknyilatkozat kitöltésével (és a közgyűlés támogatásával) taggá válni is.

Már csak szűk két hét van hátra a konferencia kezdetéig, reméljük, hogy minden résztvevő tartalmas és érdekes konferenciának örülhet majd.

Szeged, 2019. május 9.

Csendes Tibor
a Program Bizottság Elnöke

Galambos Gábor
a Szervező Bizottság és a MOT elnöke

VÁZLATOS PROGRAM

2019.május 20. (hétfő)

13:00 -- 14:00	Regisztráció		
14:00 -- 14:10	Megnyitó		
14:10 -- 15:00	Plenáris előadás: Kolumbán József		
15:00 -- 15:10	Rövid szünet		
15:10 -- 16:50	1A Egon Balas emlékszekció	1B Ütemezés	1C Hálózatok
16:50 -- 17:10	Kávészünet		
17:10 -- 18:50	2A Lineáris programozás	2B Játékelmélet	2C Véletlen módszerek
19:30 --	Ünnepélyes konferenciavacsora		

2019.május 21. (kedd)

8:30 -- 9:20	Plenáris előadás: Bessenyei István		
9:20 -- 9:30	Rövid szünet		
9:30 -- 10:50	3A Kombinatorikus módszerek	3B Online ládapakolás	3C Gazdasági modellek
10:50 -- 11:20	Kávészünet		
11:20 -- 12:40	4A Robosztus döntéstámogatás	4B Ellátási láncok	4C Alkalmazások
12:40 -- 14:00	Ebéd		
14:00 -- 15:20	5A Páros összehasonlítás	5B Egészértékű programozás	5C Gazdasági modellek
15:20 -- 15:45	Kávészünet		
15:45 -- 17:00	MOT Közgyűlés		
17:00 -- 19:00	Kulturális program		
19:30 --	Vacsora		

2019.május 22. (szerda)

8:30 -- 9:20	Plenáris előadás: Csáji Balázs		
9:20 -- 9:30	Rövid szünet		
9:30 -- 11:10	6A Játékelmélet	6B Alkalmazások	6C Ütemezés
11:10 -- 11:40	Kávészünet		
11:40 -- 13:00	7A Numerikus módszerek	7B Kiosztási problémák	7C Alkalmazások
13:00 --	Konferencia zárása, Ebéd		

SZEKCIÓBEOSZTÁS

Május 20. (Hétfő)

14:10-15:00 Plenáris előadás

Kolumbán József: Ky Fan minimax-tételének általánosításai és azok alkalmazásai

14:10-16:50 Szekció 1A: Egon Balas emlékszekció

Madarasi Péter, Jüttner Alpár: Dekompozíciós módszerek konvergenciájának gyorsítása nagy méretű egészértékű feladatokon

Morapitiye Sunil, Illés Tibor: Egy egészértékű programozási modell a budapesti buszvezető hozzárendelési feladatra

Gyvetvai Márton, Biró Péter, Radu-Stefan Mincu, Alexandru Popa, Utkarsh Verma: Egészértékű programozási megoldások nemzetközi vesecseré programokra

Horváth Márkó, Fekula Márk, Kis Tamás, Kovács András: Diszjunktív programozás alapú eljárás összeszerelés tervezéshez

Hujter Mihály: Balas, Prékopa és Hammer professzorokról

15:10-16:50 Szekció 1B: Ütemezés

Hegyháti Máté, Molnár Gergő: S-gráf alapú ütemező algoritmus párhuzamos hozzárendelést megengedő feladatokhoz

Nagy Lajos, Csipkés Margit: Vágóhídi belső ellátási lánc optimalizálása

Hajba Tamás, Horváth Zoltán, Psenák Bálint: Egy vállalat járatszervezési feladatának matematikai modellje

Pintér Benedek, Kővári Bence: Időben előrehaladó algoritmus beosztás-tervezési problémák megoldására

Bertók Botond, Frits Márton: Terepi munkavégzés erőforrás-hozzárendelés és járat tervezés együttes optimalizálása

15:10-16:50 Szekció 1C: Hálózatok

Sziklai Balázs R., Lengyel Balázs: Véleményvezérek azonosítása közösségi hálózatokon

Kardos Orsolya: Centralitási mértékek stabilitásának vizsgálata

Homolya Viktor, Vinkó Tamás: Befolyás terjedés optimumainak hálózatáról

Vinkó Tamás: Elsúlyok becslése Bitcoin bizalmi hálózatokban

Bóta András: Járványterjedési folyamatok földrajzi és időbeni modellezése

17:10-18:50 Szekció 2A: Lineáris programozás

Szénási Eszter, Darvay Zsolt, Rigó Petra Renáta: Új keresési irányra épülő belsőpontos algoritmus lineáris optimalizálásra

Illés Tibor, Darvay Zsolt, Rigó Petra Renáta, Povh Janez: Belsőpontos algoritmusok transzformált centrális utas lineáris komplementaritási feladatokra

Pluhár András: Lineáris egyenletrendszer konzisztenciájának kombinatorikai jelentései

Mályusz Levente, Varga Anita: Egy Új Primál-Duál Algoritmus a Young Programozásra

Horváth Zoltán: Lineáris differenciál-algebrai egyenletek pozitív invariáns halmazainak konstrukciója a Farkas-lemma felhasználásával

17:10-18:50 Szekció 2B: Játékelmélet

Pintér Miklós, Mágó Mánuel László: A Big Match játékról másképpen

Bednay Dezső: Stabil halmazok készítése hozzárendelési játékokban

Mágó Mánuel László: The average connected contribution value for graph games

Szabó Sándor: A fiktív lejátszások módszere és kombinatorikus optimalizálás

Benedek Márton, Tri-Dung Nguyen, Jörg Flieges: Primál és duál algoritmusok, valamint a szükséges iterációk száma a nukleolusz számítása során

17:10-18:50 Szekció 2C: Véletlen módszerek

Rásonyi Miklós: Optimalizálás és a sztochasztikus Langevin algoritmus

Gerencsér Balázs, Gerencsér László: Projektív-Konszenzus Algoritmusok Éles Konvergensebbsége

Kovács Edith, Szántai Tamás: Cseresznyefa kopulák - új lehetőségek magasabb dimenziós kopulák modellezésére

Fábián Csaba, Csizmás Edit, Drenyovszki Rajmund, Vajnai Tibor, Kovács Tibor, Szántai Tamás: Szimulációs eljárás valószínűségi feladatokra

Pusztai László, Kocsi Balázs, Budai István, Nagy Lajos: Projekt átfutási idő csökkentési költségeinek vizsgálata sztochasztikus környezetben

Május 21. (Kedd)

8:30-9:20 Plenáris előadás

Bessenyei István: Kiút a közepes fejlettség csapdájából

9:30-10:50 Szekció 3A: Kombinatorikus módszerek

Recski András: Villamosságtani problémák – matroidelméleti algoritmusok

Miklós István: Hard problems that are easy to count

Krész Miklós: Egyedi mintázatú (g,f)-faktorok

Naszvadi Péter: Tevékenységi láncok optimalizálásának egy modellje

9:30-10:50 Szekció 3B: Online ládapakolás

Balogh József, Békési József, Dósa György, Leah Epstein, Asaf Levin: Új és javított online ládapakolási algoritmus

Dósa György: Új alsó korlát az online ládapakolási feladatra

Balogh János, Békési József, Dósa György, Leah Epstein, Asaf Levin: Az online ládapakolási feladat egyes variánsai (alsó korlátok)

Borgulya István: Egy hibrid evolúciós algoritmus az egy-dimenziós ládapakolási problémán

9:30-10:50 Szekció 3C: Gazdasági modellek

Szabó Balázs, Sebestyén Tamás: Lineáris árrendszer vizsgálata hálózati kontextusban

Vörös József: Az ár és minőség dinamikus kapcsolatának vizsgálata

Lovics Gábor: A többváltozós Denton-módszer továbbfejlesztése többcél-függvényű optimalizálás alkalmazásával

Heinc Emília, Bánhelyi Balázs, Mikó Edit, Horváth József: Mikroszimulációs módszerek a mezőgazdaságban

11:20-12:40 Szekció 4A: Robusztus döntéstámogatás

Tóth Bence: A magyarországi vasúthálózat sérülékenysége véletlen zavar és célzott támadás esetén - robusztus vagy sem?

Mészáros Csaba: Robusztus döntéstámogatás

Dimény Imre, Koltai Tamás: Menedzsment döntések támogatása lineáris programozási modellek paraméteres vizsgálatával AIMMS környezetben

Süle Zoltán, Baumgartner János, Dörgő Gyula, Abonyi János: A P-gráf módszertan kiterjesztése biztonságkritikus rendszerek tervezésére

11:20-12:40 Szekció 4B: Ellátási láncok

Gelei Andrea, Dobos Imre: A DEA módszer alkalmazása kooperatív ellátási láncok elemzésére

Dobos Imre, Vörösmarty Gyöngyi: A DEA-Game módszer alkalmazása a beszállító kiválasztásban

Csóka Endre: Hatékony csapatmunka

Kovács András: Fogyasztói modellek identifikációja energiahálózatok keresztoldali szabályozásához

11:20-12:40 Szekció 4C: Alkalmazások

Csató László: Vegyes sportbajnokságok tervezése: a férfi kézilabda Bajnokok Ligája tanulságai

Mihálykóné Orbán Éva, Mihálykó Csaba: A Thurstone módszer általánosítása esetleges előnyök figyelembe vételére

Berde Éva, Kuncz Izabella: Kinek érdemes jeleznie életkorát?

Ágoston Kolos Csaba, Gyetvai Márton, Kovács László: Bónusz-málsusz rendszerek kárnagyságon alapuló átsorolási szabályainak optimalizálása

14:00-15:20 Szekció 5A: Páros összehasonlítás

Temesi József: Páros összehasonlítási mátrixok alkalmazása döntési feladatoknál

Mihálykó Csaba, Mihálykóné Orbán Éva: Páros összehasonlításokon alapuló módszer teniszmérkőzések eredményeinek előrejelzésére

Cseh Ágnes, Juhos Attila: Páros preferenciák a stabil párosítás problémában

Bozóki Sándor, Antal Ádám, Fülöp János: Páros összehasonlítás mátrixokból számolt súlyvektorok Pareto-optimalitásának gyakoriságáról

14:00-15:20 Szekció 5B: Egészértékű programozás

Kardos Dóra, Patassy Patrik, Szabó Sándor, Zaválnij Bogdán: Diszkrét lineáris programok a maximum klikk problémára és ezek folytonos relaxáltjai

Patassy Patrik, Kardos Dóra, Szabó Sándor, Zaválnij Bogdán: Nulla-egy lineáris program vegyes értékű relaxációja

Zaválnij Bogdán: NP osztálybeli feladatok nagyléptékű párhuzamosítása során fellépő egyes problémákról

Sztojkovics Dóra, Szabó Sándor: Lineáris programok az élsúlyozott maximum klikk problémára

14:00-15:20 Szekció 5C: Gazdasági modellek

London András, Gera Imre: Gráf alapú dimenzióredukciós heurisztikák részvénypiaci korrelációs mátrixokra

Csóka Péter, P-Jean-Jacques Herings: Az arányos csőszabály axiomatizálása pénzügyi hálózatokban

Szabó Andrea: A nominális árfolyamok hosszú távú viselkedésének vizsgálata FM-OLS és DOLS kointegrált panelbecslési eljárásokkal

Szerb László, Rappai Gábor, Kehl Dániel: Összetett indexek gazdaságpolitikai alkalmazása: a Globális Vállalkozói Index

Május 22. (Szerda)

08:30-09:20 Plenáris előadás

Csáji Balázs: Statisztikus tanulásmélet: klasszifikáció és regresszió sztochasztikus garanciákkal

09:30-11:10 Szekció 6A: Játékelmélet

Györfly Lajos, Pluhár András: Párosítási stratégiák pozíciós játékokon
Petróczy Dóra Gréta: Formula-1 rangsorok játékelméleti megközelítéssel
Koniorczyk Mátvás, Bodor András, Pintér Miklós: Nemklasszikus korrelációk Bayes-i játékokban

Király Tamás, Mészáros-Karkus Zsuzsa: Kifizetés nélküli általánosított párosítási játékok nehézsége

Solymosi Tamás: A Shapley-érték konstans-összegű kooperatív játékokban

09:30-11:10 Szekció 6B: Alkalmazások

Bánhelyi Balázs, Zombori Dániel, Nagy István, Csendes Tibor: Stanformák gumijainak optimális vágása és pakolása

Erdős Szilvia, Kővári Bence: Magyar módszer alapú záróvizsgabeosztási algoritmus

Csendes Tibor, Mester Abigél: Optimalizálás a Műtéli tervezésben -- további eredmények

Tollner Dávid, Illés Tibor: Modellek és megoldási módszerek a keverési feladatra

Dávid Balázs: Heurisztikus módszer moduláris elemekből álló heterogén szerkezetek kialakítására

09:30-11:10 Szekció 6C: Ütemezés

Dulai Tibor, Dósa György, Werner-Stark Ágnes: Gyártási folyamat ütemezése heurisztikus és egzakt módszerekkel

Györgyi Péter, Kis Tamás, Drótos Márton: Ütemezés nem-megújuló erőforrásokkal

Kerekes Balázs, Krész Miklós, Tóth Attila: Rugalmas keretrendszer ütemezési feladatokhoz

Papp Ádám, Ősz Olivér, Hegyháti Máté: Robotikus gyártócellák ciklikus ütemezése S-gráf módszertannal

Ragó Rita, Mihály Zsolt: Sorrendfüggő átállási időt tartalmazó független, párhuzamos gépek ütemezése hangyakolonía-optimalizálással

11:40-13:00 Szekció 7A: Numerikus módszerek

Zombori Dániel, Bánhelyi Balázs, Csendes Tibor: GlobalJ párhuzamos moduljának bemutatása

G.-Tóth Boglárka: Az intervallumos Newton módszer vizsgálata

Dombi József, Vincze Nándor: Algoritmus a fuzzy lineáris optimalizálási

feladat legélesebb megoldásához

Ábele-Nagy Kristóf, Fülöp János: Pozitív mátrixok domináns sajátvektorának számítása a ciklikus koordináták módszerével

11:40-13:00 Szekció 7B: Kiosztási problémák

Kóczy László, Koltai Tamás, Sziklai Balázs R., Tamás Alexandra: Kiosztási módszerek az erőforráselosztásban

Cseh Ágnes, Fleiner Tamás: A tortaosztás bonyolultsága nemegyenlő részesedések esetén

Ágoston Kolos Csaba, Biró Péter, Szántó Richárd: Projekt allokáció - gyakorlati tapasztalatok

Biró Péter, Jens Gudmondsson: A legnagyobb hasznosságú Pareto-hatékony allokációk kiszámításának bonyolultsága

11:40-13:00 Szekció 7C: Alkalmazások

Ágoston Kolos Csaba, Burka Dávid, Kovács Erzsébet: EU országok és magyarországi megyék klaszterezése halandósági mintázatuk alapján

Tasnádi Attila: Optimális pártos választókerület-szabdalás közelítése

Horváth Gábor, Kovács Edith, Molontay Roland, Novaczki Szabolcs: Felügyelet nélküli anomália detektálás többszenzoros rendszer esetén

Tóth László: Sejtautomata mintázatok vizsgálata

PLENÁRIS ELŐADÁSOK

Kiút a közepes fejlettség csapdájából

BESSENYEI ISTVÁN

Pécsi Tudományegyetem, Közgazdaságtudományi Kar
essenyei@tkk.pte.hu

Az MNB 2018. évi növekedési jelentése szerint fenyegető lehetőség, hogy a magyar gazdaság a közepes fejlettség csapdájában ragad. Megmutatjuk, hogy ez a veszély reális, továbbá meghatározzuk, hogy milyen irányú technológiai fejlesztés szükséges a csapdahelyzet elkerülése érdekében. Ehhez egy olyan lineárisan homogén, folytonos termelési függvényt konstruálunk, mely alkalmas a közepes fejlettség csapdahelyzetnek és a fejlett gazdaságok egyensúlyi állapotának összevetésére. Bevezetve ezt a termelési függvényt Solow növekedési modelljébe azt kapjuk, hogy a modell bifurkál: a stabil egyensúlyi növekedési pályák száma a modell paramétereitől (felhalmozási hányad, a népesség növekedési üteme) függ. Mivel termelési függvényünk nem „jól viselkedő” a népesedéspolitikai célkitűzések teljesülése megnehezíti a csapdahelyzetből történő kikerülést.

A probléma megoldását a műszaki-technológiai fejlődésben keresve Romer tudás-termelési függvényét és Káldor technikai haladási függvényét aggregáljuk. Az így általánosított függvény tehát a technikai haladás ütemét már nem csupán a K+F szektor teljesítményével magyarázza, hanem a beruházások és a népesség növekedési ütemét is figyelembe veszi. A technikai haladás ütemére és az egyéni hatékony munkára eső tőke nagyságára így kapott mozgásegyenletek egy síkbeli, nemlineáris dinamikus rendszert határoznak meg, ám a közepes fejlettség csapdája ebben az esetben is egy stabil fixpontként jelenik meg. Megmutatjuk, hogy a K+F szektorban dolgozók számának gyorsabb ütemű növelése éppúgy élénkíti a gazdaság növekedését, mint az oktatási rendszer hatékonyságának javítása, ám ezek az intézkedések nem jelentenek kiutat a közepes szintű fejlettség csapdájából.

A kiút megkereséséhez felírjuk a vizsgált termelési függvény alapjául szolgáló lineáris tevékenységelemzési modellt. Ez számos, műszaki szempontból nem hatékony alaptermológiát is tartalmaz, melyeket sem a közepesen fejlett, sem pedig a fejlett gazdaságok termelő-rendszerei nem használnak. Ugyanakkor éppen ezen alap-technológiák fejlesztése jelentheti a keresett kiutat. Ez azért van így, mert egyrészt ezek azok az alaptermológiák, melyek egy közepesen fejlett gazdaság számára előrevivők és reálisan elérhetők. Másrészt ezen alaptermológiák fejlesztése jóval kevesebb erőforrást igényel, mint a valamennyi alaptermológiára vonatkozó teljes tényező-termelékenység emelése.

A fejlett gazdaságok ilyen módon történő utolérése azonban lassú folyamat, de a nem hatékony alaptermológiák jelentősebb mértékű fejlesztése révén gyorsítható.

Statisztikus tanuláselmélet: klasszifikáció és regresszió sztochasztikus garanciákkal

CSÁJI BALÁZS CSANÁD

MTA SZTAKI: Magyar Tudományos Akadémia Számítástechnikai és
Automatizálási Kutatóintézet
csaji.balazs@sztaki.mta.hu

A statisztikus tanuláselmélet¹ egyik alapkérdése, hogy megfigyelések egy mintájából hogyan következtethetünk induktívan az adatokat generáló rendszerre úgy, hogy minél jobb legyen a modellünk általánosító képessége. A tanuláselméletben – az aszimptotikus eredményekkel szemben – előtérbe kerülnek a kismintás statisztikai tulajdonságok valamint fontos cél az a priori információk minimalizálása; így a fókusz az eloszlás-független és nem-aszimptotikus garanciákkal rendelkező konstrukciókon van.

A nemparametrikus tanulási módszerek egy jelentős része kernel alapú vagy „kernelizálható” – például a szupport vektor gépek – és elméleti megalapozásukban kulcsszerepet játszanak a reprodukáló magú Hilbert terek.² A statisztikus tanulási módszerek szoros kapcsolatban állnak a konvex optimalizálással, mivel gyakran konvex optimalizálási feladatokra vezethetők vissza, sőt a meglévő algoritmusok „kernelizálása” is tipikusan a hozzájuk tartozó (primál) konvex feladatok Wolfe duálisain keresztül történik.

A megtanult modellek a véletlentől is függenek, mivel zajos megfigyelési adatokra épülnek; így egy természetes kérdés, hogy mennyire bízhatunk a kapott megoldásokban? Az előadásban áttekintjük a statisztikus tanuláselmélet néhány fontos eredményét, különös tekintettel a (tipikusan regularizált) klasszifikációs és regressziós módszerekhez adható sztochasztikus garanciákra.³ A klasszikus VC (Vapnik–Chervonenkis) dimenzión alapuló eredmények és a kereszt validációs bizonytalansági korlátok mellett néhány újramintavételezésen valamint eloszlások (reprodukáló magú) Hilbert terekbe ágyazásán⁴ alapuló sztochasztikus garanciát is bemutatunk.

Köszönetnyilvánítás: Az előadás az NKFIH 111 797 és a 125 698 számú projektjeinek és az MTA Bolyai ösztöndíjának támogatásával készült.

¹ Vapnik, V. N. (1998). *Statistical Learning Theory*. Wiley-Interscience.

² Hofmann, T., Schölkopf, B., & Smola, A. J. (2008). Kernel Methods in Machine Learning. *The Annals of Statistics*, 36:1171–1220.

³ Cucker, F., & Smale, S. (2002). On the Mathematical Foundations of Learning. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 39:1–49.

⁴ Muandet, K., Fukumizu, K., Sriperumbudur, B. & Schölkopf, B. (2017). Kernel Mean Embedding of Distributions: A Review and Beyond. *Found. and Trends in Mach. Learning*.

Ky Fan minimax-tételének általánosításai és azok alkalmazásai

KOLUMBÁN JÓZSEF

Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Kolozsvár
jokolumban@yahoo.com

1972-ben Ky Fan bizonyított egy (egyenlőtlenségek megoldhatóságára vonatkozó) tételt, amely általánosítása Neumann János minimax-tételének. Hatékonyság tekintetében a tétel egyenértékű a Brouwer-féle fixponttétellel. A rákövetkező években ez a tétel sarokkövévé vált az alkalmazott matematika olyan fontos fejezeteinek, mint amilyen az optimalizálás, gazdasági egyensúlyfeladatok stb. Ezért a feladatot, amelyre Ky Fan tétele vonatkozik, *W. Oettli* nyomán ma egyensúlyfeladatnak nevezzük. Az utóbbi évtizedekben az egyensúlyfeladattal kapcsolatos sok irányú vizsgálatok egy egységes elméletté álltak össze, amely a tudomány különböző területein alkalmazható. Kiderült, hogy bizonyos technikák, amelyeket korábban sajátos esetekben fedeztek fel, alkalmazhatók általános egyensúlyfeladat esetén is.

Miután kiderült, hogy a fizikából ismert variációs elvek és a parciális differenciálegyenletekre vonatkozó számos feladat megfogalmazható ugyan egyensúlyfeladatként, de ezekre Ky Fan tétele nem alkalmazható, *H. Brézis*, *L. Nirenberg* és *G. Stampacchia* oly módon általánosítottak a tételt, hogy az legyen alkalmazható ilyen típusú feladatokra is. Ezzel a variációs egyenlőtlenségek témakörének bizonyos kérdései szintén tárgyalhatók lettek az egyensúlyelmélet segítségével. Az utóbbi években viszont az is kiderült, hogy a hidrodinamika több fontos kérdése (például a Navier-Stokes egyenlet) nem illeszthető ebbe az általánosabb keretbe sem. Az *Optimization* folyóiratban 2018 nyarán közölt dolgozatukban *Inoan Daniela* és *Kolumbán József* rámutattak arra, hogy az egyensúlyfeladatok elmélete alkalmazhatóságának gátat szab az a tény, hogy magát a feladatot kétváltozós funkcionállal fogalmazzuk meg. Ha háromváltozós funkcionállal értelmezzük az egyensúlyfeladatot, akkor az így kapott elmélet alkalmazhatóságának keretei kitágulnak, és alkalmazható lesz, például, a Navier-Stokes egyenletre is. Illusztrációként az új elméletből két tételt fogok bemutatni: egy létezési tételt és egy eredményt a megoldások Hölder-regularításáról.

ELŐADÁSKIVONATOK

Pozitív mátrixok domináns sajátvektorának számítása a ciklikus koordináták módszerével

ÁBELE-NAGY KRISTÓF ^a, FÜLÖP JÁNOS ^b

^a Budapesti Corvinus Egyetem,
Operációkutatás és Aktuáriustudományok Tanszék
kriszo_5@yahoo.de

^b MTA SZTAKI,
Operációkutatás és Döntési Rendszerek Kutatócsoport
fulop.janos@sztaki.mta.hu

Pozitív mátrixok domináns sajátértékének és sajátvektorának kiszámítására adunk egy új, egyszerű és gyorsan számolható eljárást. Az eljárás a Perron–Frobenius tételre és a Collatz–Wielandt formulán alapul. A Perron–Frobenius tétel garantálja a domináns sajátérték létezését és egyértelműségét, míg a Collatz–Wielandt formula egy minimax és egy maximin tulajdonságot is megmutat róla. Az előbbi tulajdonságokat kihasználva a ciklikus koordináták módszerét alkalmazva egy iteratív eljárással számoljuk a domináns sajátértéket és sajátvektort. A korábbiakhoz képest egy új, egyszerűbben számolható eljárást adunk, mely várakozásaink szerint nagy méretű problémákra is gyorsan eredményt ad.

A tesztek során minden esetben a valódi sajátértékhez és sajátvektorhoz konvergált az algoritmus. Az esetleges olyan felderítetlen esetekre tekintettel amikor ez nem teljesül, egy segéd LP feladat megoldásával lehet kilépni a nem megfelelő konvergenciából. Páros összehasonlítás mátrixok esetén ez az LP feladat a Saaty-féle 10%-os küszöb teljesülésének ellenőrzésére is alkalmas.

Projekt allokáció – gyakorlati tapasztalatok

ÁGOSTON KOLOS CSABA ^a, BIRÓ PÉTER ^b, SZÁNTÓ RICHÁRD ^c

^a Budapesti Corvinus Egyetem,
Operációkutatás és Aktuáriustudományok Tanszék,
Magyar Tudományos Akadémia,
Közgazdaság- és Regionális Tudományi Kutatóközpont
kolos.agoston@uni-corvinus.hu

^b Magyar Tudományos Akadémia,
Közgazdaság- és Regionális Tudományi Kutatóközpont
Budapesti Corvinus Egyetem,
Operációkutatás és Aktuáriustudományok Tanszék
biro.peter@krtk.mta.hu

^c Budapesti Corvinus Egyetem,
Döntésméletek Tanszék
richard.szanto@uni-corvinus.hu

Stabil párosítás feladatok legismertebb megjelenése az egyetemi/ középiskolai/óvodai felvételi feladatok. Hasonló jellegű problémák, jellemzően kisebb méretben, az élet számos területén jelentkeznek. Az elmúlt évek során több ún. projektallokációs feladatot oldottunk meg, ezek közül talán a legjelentősebb a CEMS projekt esetén a diákok hozzárendelése céges projektekhez, de szakdolgozat témákat is párosítottunk hallgatókkal. A gyakorlati alkalmazás során több speciális feltétel is előfordul, tipikusnak mondható, hogy bizonyos szempontok szerint (pl. nem vagy nemzetiség) kiegyensúlyozott megoldást szeretnénk, de sokszor megjelenik az a probléma is, hogy az adatok hiányosak. A projektallokációs feladatokat egészértékű LP feladatok segítségével oldottuk meg, ennek a technikának a határait is ismertetjük.

EU országok és magyarországi megyék klaszterezése halandósági mintázatuk alapján

ÁGOSTON KOLOS CSABA ^a, BURKA DÁVID ^b, KOVÁCS ERZSÉBET ^c

Budapesti Corvinus Egyetem

^a Operációkutatás és Aktuáriustudományok Tanszék
kolos.agoston@uni-corvinus.hu

^b Számítástudományi Tanszék
david.burka@uni-corvinus.hu

^c Operációkutatás és Aktuáriustudományok Tanszék
erzsebet.kovacs@uni-corvinus.hu

Bár a halandósági elemzés hosszú múltra tekint vissza és szerteágazó modellek ismertek a területen belül, klaszterezési eljárások nem igazán elterjedtek ebben a témakörben. Az előadásban két kérdéskört járunk körül: milyen hasonlósági mértéket használunk, és milyen klaszterelemzési eljárás illik a választott hasonlósági mértékhez. Az ismert eljárásokon kívül (KMEANS, KMEDIAN) bemutatunk kevésbé ismert eljárásokat is.

Szemléltető példákhoz magyarországi megyék valamint EU országok adatait fogjuk használni.

Köszönetnyilvánítás: Jelen publikáció/kutatás az Európai Unió, Magyarország és az Európai Szociális Alap társfinanszírozása által biztosított forrásból az EFOP-3.6.2-16-2017-00017 azonosítójú „Fenntartható, intelligens és befogadó regionális és városi modellek” címűprojekt keretében jött létre.

Bónusz-málusz rendszerek kárnagyságon alapuló átsorolási szabályainak optimalizálása

ÁGOSTON KOLOS CSABA ^a, GYETVAI MÁRTON ^b, KOVÁCS LÁSZLÓ ^c

^aBudapesti Corvinus Egyetem,
Operációkutatás és Aktuáriustudományok Tanszék

Magyar Tudományos Akadémia,
Közgazdaság- és Regionális Tudományi Kutatóközpont
kolos.agoston@uni-corvinus.hu

^bBudapesti Corvinus Egyetem,
Operációkutatás és Aktuáriustudományok Tanszék

Magyar Tudományos Akadémia,
Közgazdaság- és Regionális Tudományi Kutatóközpont,
gyetvai.marton@krtk.mta.hu

^cBudapesti Corvinus Egyetem,
Számítástudományi Tanszék
laszlo.kovacs2@uni-corvinus.hu

Anitszelekció jóléti veszteséget okoz, ennek a veszteségnek a mértéke csökkenthető különböző módokon, például bónusz-málusz rendszerek használatával is. Bónusz-málusz rendszert leggyakrabban KGFB esetén használják a biztosítók. A hazai KGFB rendszerben az átsorolási szabályok kizárólag a károk számától függenek, a károk nagyságától nem. Az előadásban azt vizsgáljuk, hogy mennyire hatékony a rendszer, ha az átsorolási szabályokat a kárnagyságok alapján határozzuk meg. Optimális átsorolási szabályok meghatározása nemlineáris, nemkonvex programozási feladatra vezet, amit genetikus algoritmussal oldottunk meg.

Az online ládapakolási feladat egyes variánsai (alsó korlátok)

BALOGH JÁNOS ^a, BÉKÉSI JÓZSEF ^b, DÓSA GYÖRGY ^c, LEAH EPSTEIN ^d,
ASAF LEVIN ^e

^a Szegedi Tudományegyetem, Informatikai Intézet
baloghj@inf.u-szeged.hu

^b Szegedi Tudományegyetem, Juhász Gyula Pedagógusképző Kar,
Informatika Alkalmazásai Tanszék
bekesi@jgyk.szte.hu

^c Pannon Egyetem, Műszaki Informatikai Kar, Matematika Tanszék
dosagy@almos.uni-pannon.hu

^d University of Haifa, Department of Mathematics
lea@math.haifa.ac.il

^e Faculty of Industrial Engineering and Management, The Technion, Haifa
levinas@ie.technion.ac.il

A ládapakolási feladat egyes különböző, korábban tanulmányozott változatait tekintjük [1,5-7] és új alsó korlátokat bizonyítunk ezek aszimptotikus versenyképességi hányadosára a [3,4] munkánk alapján.

Ehhez egy teljesen adaptív, új konstrukciót használunk [2]. Külön kiemeljük a négyzetpakolási feladat aszimptotikus versenyképességi hányadosára megadott új alsó korlátunkat, amelyre a korábbi legjobb, durván 1,68-as alsó korlát értéket (lásd [5,7]) szignifikánsan, 1,75-re javítottuk (lásd [3,4]).

Köszönetnyilvánítás: A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg (EFOP-3.6.3-VEKOP-16-2017-00002). A pályázat keretében Király Aliz Izabella tapasztalati futtatásokat végzett ládapakolási variánsokhoz.

- [1] Balogh, J., Békési, J.: Semi-on-line bin packing: a short overview and a new lower bound, *CEJOR*, **21**(4), 685–698, 2013.
- [2] Balogh, J., Békési, J., Dósa, Gy., Epstein, L., Levin, A.: Online bin packing with cardinality constraints resolved, In: *Proceedings of the 25th Annual European Symposium on Algorithms (ESA'17)*, pp. 10:1–10:14, 2017. DOI: 10.4230/LIPIcs.ESA.2017.10
- [3] Balogh, J., Békési, J., Dósa, Gy., Epstein, L., Levin, A.: Lower bounds for several online variants of bin packing, *Theory of Computing Systems*, in press, 24 pages, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00224-019-09915-1>

- [4] Balogh, J., Békési, J., Dósa, Gy., Epstein, L., Levin, A.: Lower bounds for several online variants of bin packing, Workshop of Approximation and Online Algorithms. WAOA 2017, LNCS **10787**, pp. 102-117, Springer, 2018. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-89441-6_9
- [5] Blitz, D.: Lower bounds on the asymptotic worst-case ratios of on-line bin packing algorithms, M.Sc. thesis, University of Rotterdam, nr. 114682, 1996.
- [6] Epstein, L., Imreh, Cs., Levin, A.: Class constrained bin packing revisited, Theor. Comput. Sci., **411**(34-36), 3073–3089, 2010.
- [7] Epstein, L., van Stee, R.: Online square and cube packing, Acta Informatica **41**(9), 595– 606, 2005.

Új és javított online ládapakolási algoritmus

BALOGH JÁNOS ^a, BÉKÉSI JÓZSEF ^b, DÓSA GYÖRGY ^c, LEAH EPSTEIN ^d,
ASAF LEVIN ^e

^a Szegedi Tudományegyetem
balogh@jgypk.szte.hu

^b Szegedi Tudományegyetem
bekesi@jgypk.szte.hu

^c Pannon Egyetem
dosagy@almos.vein.hu

^d University of Haifa
lea@math.haifa.ac.il

^e The Technion, Haifa
levinas@ie.technion.ac.il

Az informatika és kombinatorikus optimalizálás egyik klasszikus problémája a ládapakolási feladat (Bin-Packing-Problem): Adott 0 és 1 közötti méretű tárgyak egy listája, melyeket minimális számú 1 kapacitású ládába kell bepakolni. A probléma számos valódi alkalmazás modellezésére szolgálhat. Általános esetben NP-nehéz, de még a mindennapi életben felmerülő problémákat is nehéz megoldani.

Különösen nehezek azok a feladatok, melyeket online módon kell megoldani, azaz az adott probléma adatai nem állnak maradéktalanul rendelkezésre, amikor a probléma megoldásához hozzá kell fogni. Ez a valós alkalmazások esetében gyakran előfordul, pl. amikor egy gép esetében a munka kezdetekor még nem ismeretes minden rajta elvégzendő feladat, de értelemszerűen a gyártást meg kell kezdeni.

Előadásunkban bemutatunk egy súlyfüggvényen alapuló egyszerű elemzési módszert a klasszikus online bin ládapakolási probléma legújabb online algoritmusainak elemzésére. Ennek segítségével lehetővé vált egy új AH (Advanced Harmonic) algoritmus tervezése és elemzése, amely 1,58 alatti versenyképességi hányadost ad. Ismertetjük az 1,57829-es hányados bizonyításához kapcsolódó számítási módszert is.

Köszönetnyilvánítás: „A kutatás az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg (EFOP-3.6.3-VEKOP-16-2017-00002).”

Stancformák gumijainak optimális vágása és pakolása

BÁNHELYI BALÁZS, ZOMBORI DÁNIEL, NAGY ISTVÁN ÉS CSENDES TIBOR

Szegedi Tudományegyetem
banhelyi@inf.u-szeged.hu

Manapság egy vállalat működésének alappilléret jelenti a gyártási folyamatok során elért gyorsaság, pontosság és költséghatékonyság. Ezen feltételek megteremtése sok esetben automatizált folyamatokon alapul, melyek kitálálása, megtervezése, kivitelezése komoly szaktudást igényel és megvalósíthatatlan lenne különböző innovatív informatikai megoldások nélkül. Ezt ismer-
te fel egy ipari partnerünk is, akinek üzleti profilja különböző csomagolóanya-
gok kivágása, stancolása. A cég felkért minket, hogy optimalizáljuk a gyártá-
son belül a stancoló késeket támasztó gumi darabok használatát.

A kutatásunk célja egy olyan optimalizáló szoftver elkészítése volt, amely lehetővé teszi, hogy minél kevesebb idő alatt, minél hatékonyabban tudják vágni és pakolni a különböző formájú gumidarabokat a stancformákra. Az alaposabb vizsgálat során felfedeztük, hogy itt két munkafolyamat nagyon szoros összefüggésben van egymással, azaz a pakolási hatékonyság függ a vágási minőségtől. Ezek figyelembevételével konstruáltuk meg az algoritmu-
sun-
kat, mely első lépésként felvágja a pakolandó gumikat kis darabokra, a következő lépésben meg összeragasztja a darabokat, mely figyeli az optimális pakolhatóságot. A folyamat befejező lépése az elkészült elemek optimális el-
helyezése. Ehhez algoritmusunkban az offline ládapakolás elméletét alkal-
mazzuk. A számításokhoz az SVGnest célszoftvert használjuk.

Eredményünket összehasonlítva a korábbi gyártási folyamattal elmondha-
tó, hogy a legtöbbször jobb, hatékonyabb megoldást értünk el.

Köszönetnyilvánítás: Jelen kutatás eredményei a Bolyai János Kutatási Ösztöndíj, Bolyai+ Ösztöndíj, és az EFOP-3.6.2-16-2017-00015 számú projekt keretében készültek. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

Stabil halmazok készítése hozzárendelési játékokban

BEDNAY DEZSŐ

Budapesti Corvinus Egyetem
bednay@gmail.com

A stabil halmaz a kooperatív játékelmélet egyik elsőmegoldáskonceptiója. Egy olyan részhalmaz az elosztáshalmaznak, amelynek az elemei egymást nem dominálják (belső stabilitás) és minden elosztást, amely nincs a halmazban, dominálja a halmaznak valamely eleme (külső stabilitás). A definíció egyszerűsége ellenére nincs általános módszer stabil halmazok megtalálására. Egy elég természetes ötlet, hogy 0-normalizált játékok (ahol az egyszemélyes koalíciók értéke 0) esetén induljunk ki abból a játékból, amelyben a nagykoalíción kívül minden koalíció értéke 0. Ebben a nagyon egyszerű játékban az elosztáshalmaz nyilvánvalóan stabil.

Majd a koalíciók értékét egymás után növeljük meg, ezzel párhuzamosan minden lépésben vegyük a halmazunknak az új (magnövelt) játék szerinti magját, azaz „dobjuk ki” belőle azokat az elemeket, amelyeket valamelyik másik eleme dominál. A végül kapott halmaz a konstrukció miatt belsőstabil lesz, a külsőstabilitás viszont sérülhet, ha egy későbbi lépésben kidobjuk azokat a pontokat, amik egy korábbiiban domináltak, és így az akkor kidobott pontokat már nem dominálja a halmazunk.

Megmutatjuk, hogy hozzárendelési játékok esetén (amelyekben dominancia szempontjából csak az egy- és a vegyes kétszemélyes koalíciók érdekesek) az ezzel a módszerrel kapott halmazok szerkezete nagyon hasonló a stabil halmazokéhoz, és ha jó sorrendben növeljük a koalíciók értékét, akkor stabil halmazt kapunk.

Primál és duál algoritmusok, valamint a szükséges iterációk száma a nukleolusz számítása során

BENEDEK MÁRTON ^{a,b}, TRI-DUNG NGUYEN ^b, JÖRG FLIEGE ^b

^a Magyar Tudományos Akadémia
benedekmart@gmail.com

^b University of Southampton

Egy, a karakterisztikus függvény által megadott kooperatív játék (átruházható hasznossággal) nukleoluszának kiszámítása gyakran történik egy lineáris program (LP) sorozat megoldásával. Mindez kivitelezhető elsősorban primál, vagy elsősorban duál LP-k megoldásával. A probléma természetéből fakadóan a primál algoritmusok jellemzően egy duál alapú szubrutint alkalmaznak, ezáltal egyben biztosítva minimális iteráció számot a szekvenciális módszerek körében. Ezzel szemben a tisztán duális megközelítésben a megoldandó nagy méretű LP-k könnyebben kezelhetők számítási szempontból, ugyanakkor növelhetik a szükséges iterációk számát, ezáltal felvetve a kérdést: melyik megközelítés alkalmasabb a nukleolusz kiszámítására? Annak ellenére, hogy a szubrutin hatása a számítási időre a legtöbb esetben elhanyagolható, a tisztán duál megközelítés tűnik preferáltnak általánosságban.

Kategorizáljuk az összes nagyobb mérföldkőnek számító nukleoluszszámító algoritmust az általános esetben, és bevezetünk olyan variánsokat, melyek feloldják a konfliktust az iterációk száma illetve a formalizmus során használt LP-k között. Ugyanakkor rávilágítunk, hogy a primál-duál kérdéskör egy másik oldala a primál algoritmusokat támogatja, méghozzá az ígéretes kezdő megoldás (warm starting). Míg a primál LP-khez a szekvenciális rendszerben hatékonyan tudunk jó kezdőmegoldásokat generálni, ez nem áll fenn a duál LP-sorozat esetében. Végezetül bemutatunk egy koncepciót, mely ugyan növelheti a szükséges iterációk számát, a gyakorlatban azonban csökkentheti a számítási időt.

Kinek érdemes jeleznie életkorát?

BERDE ÉVA – KUNCZ IZABELLA

Budapesti Corvinus Egyetem

A platform gazdaságok az idősebbek részére is számtalan munkaalkalmat kínálnak. Ezzel a lehetőséggel sokan élnek is, mint pl. az Oszkár utastárs-közvetítő esetében, ahol a megalakulás óta nem csak a csatlakozott sofőrök száma növekedett többszörösére, de ezen belül az 55 évesek és idősebbek aránya is emelkedett. A legtöbb platform lehetőséget ad arra, hogy a szolgáltatást kínáló jelezze életkorukat. Sokan azonban ezt nem teszik meg. Előadásunkban Bayesi játékelméleti modellel bizonyítjuk, hogy az idősebbek részére valóban egyensúlyi megoldást jelenthet, ha nem jelzik korukat. Ugyanezt az eredményt adja rövid on-line felmérésünk, ahol erre vonatkozóan kérdeztük meg a kérdéses korosztály tagjainak véleményét. Ugyanakkor viszont a 30-40 év közöttiek egyértelműen érdekeltek abban, hogy „bevallják” életkorukat. Ezt az állítást is modell, illetve on-line felmérés segítségével igazoljuk.

Kulcsszavak: Idősebbek platformon keresztüli munkavégzése; Életkor jelzése; Bayesi játék

Köszönetnyilvánítás: Jelen publikáció/kutatás az Európai Unió, Magyarország és az Európai Szociális Alap társfinanszírozása által biztosított forrásból az EFOP-3.6.2-16-2017-00017 azonosítójú „Fenntartható, intelligens és befogadó regionális és városi modellek” című projekt keretében jött létre.

Terepi munkavégzés erőforrás-hozzárendelés és járat tervezés együttes optimalizálása

BERTÓK BOTOND^a, FRITS MÁRTON^b

^a Pannon Egyetem, Rendszer- és Számítástudományi Tanszék
bertok@p-graph.org

^b Pannon Egyetem, Rendszer- és Számítástudományi Tanszék

Az előadás egy infrastruktúra szolgáltató valós teszt példáin vizsgázott valós időben használható keretrendszert mutat be terepi munkavégzés erőforrás hozzárendelésének és járat tervezésének együttes optimalizálására. A terepi munkavégzések tervezése elméletileg nehéz feladat, mivel az idő jelentős részét az utazás teszi ki, így a feladat ezen komponense az utazóügynök feladatra vezethető vissza. Ugyanakkor, gyakorlati hozzárendelés esetén, a szerelőcsapatok képességeit és munkarendjét, az adott időpontban elérhetőalkatrészeket és szerszámokat, az ügyfelekkel egyeztetett időpontokat, mind-mind figyelembe kell venni.

A feladat megoldása során több lépcsőben különböző optimalizáló modelleket használunk fel. A legfelső szint a feladatok prioritizálását végzi, hogy az igényként beérkező elvégzendő munkák melyikét érdemes a tervezési horizonton belül figyelembe venni. Második szintjén a feladatokat erőforrásaik mentén szerelőcsapatokhoz és időszeletekhez rendeljük, az adott területeken belüli és azok közti utazásokat némiképp relaxálva. Végül a harmadik szinten a tevékenységek és utazások szigorú és pontos ütemezése történik a műszakok és pihenőidők alapján. A második és harmadik szint erősen összefügg, eredményük iteratíván közelíthető egymáshoz.

A legnagyobb hasznosságú Pareto-hatékony allokációk kiszámításának bonyolultsága

BIRÓ PÉTER^a, JENS GUDMUNDSSON^b

^a Institute of Economics, Research Centre for Economic and Regional Studies,
Hungarian Academy of Sciences, Budapest, Hungary;
and Department of Operations Research and Actuarial Sciences,
Corvinus University of Budapest, Hungary
peter.biro@krtk.mta.hu

^b Department of Economics, University of Copenhagen, Denmark

Modellünkben tárgyakat allokálunk játékosokhoz, ahogy például egy iskolaválasztási szituációban történik. A központi tervező hasznossága élsúlyokkal van reprezentálva az elfogadhatósági gráfon. Egy allokáció teljes hasznossága a megfelelő élsúlyok összege. A megszorított hasznosságmaximalizáló megoldást úgy definiáljuk, mint a legnagyobb hasznosságú allokációt a Pareto-hatékony megoldások halmazán. Meghatározunk olyan feltételeket a modellre nézve, amelyek esetén ez a megoldás hatékonyan kiszámítható. Az általános NP-nehéz esetben egy egészértékűprogramozási megoldást adunk, amellyel sikeresen meg tudtuk oldani a problémát egy valódi óvodai allokációs esetre Észtországban. Végül elemezzük a megoldási koncepcióhoz tartozó stratégiai kérdéseket.

Egészértékű programozási megoldások nemzetközi vesecseré programokra

BIRÓ PÉTER ^a, GYETVAI MÁRTON ^a, RADU-STEFAN MINCU ^b,
ALEXANDRU POPA ^b, UTKARSH VERMA ^c

^a Magyar Tudományos Akadémia, Közgazdaság-tudományi Intézet

Budapesti Corvinus Egyetem,
Operációkutatás és Aktuáriustudományok Tanszék
peter.biro@krtk.mta.hu
gyetvai.marton@krtk.mta.hu

^b Department of Computer Science, University of Bucharest, Románia
mincu.radu@fmi.unibuc.ro alexandru.popa@fmi.unibuc.ro

^c Department of Industrial Engineering and Operations Research, IIT Bombay,
India vermauttakarsh@gmail.com

Vesecseréprogramokban a vesebetegek elcserélhetik egymással az őket megmenteni szándékozó, de immunológiaiilag nem kompatibilis élődonorjaikat egymással.

Nemzeti vesecseréprogramok jelenleg már több mint tíz Európai országban működnek, és néhány közülük már végzett koordinált nemzetközi cseréket is. A cseréket a rendszeresen, legtöbbször háromhavonta tartott, párosítások alkalmával választják ki jól meghatározott feltételek és optimalitási kritériumok mentén, amelyek országonként eltérhetnek.

Ebben a munkában egészértékűprogramozási modelleket adunk a nemzetközi vesecseré probléma ezen verziójára. Szimulációkat végzünk arra nézve, hogy a programok különbözőméretei, illetve nemzeti megszorítások és prioritások miként befolyásolják az egyes országok hasznát a nemzetközi kooperációkban.

Egy hibrid evolúciós algoritmus az egy-dimenziós ládapakolási problémára

BORGULYA ISTVÁN

Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar
borguya@tk.pte.hu

Egy evolúciós heurisztikát mutatok be az egy dimenziós offline ládapakolási problémára. E problémánál a tárgyakat azonos kapacitású ládába kell pakolni. Minden tárgynak súlya van és a ládák kapacitását nem szabad túllépni. A cél a használt ládák számának minimalizálása.

Algoritmusom hibrid evolúciós algoritmus. Egy egyed egy megoldást ír le a hozzá tartozó ládákkal és tartalmukkal. Az algoritmus rekombináció művelet nélkül dolgozik, két új mutáció műveletet alkalmaz és helyi kereső eljárásokkal javítja a megoldásokat. A mutáció műveletek egy relativ-pár frekvencia mátrix¹ alapján működnek. A frekvencia mátrix minden tárgy pár esetén becsült valószínűséget ad arra, hogy egy ládába kerülhetnek. A mátrix révén a tárgyakat a tárgyak diszjunkt részhalmazába tudjuk válogatni; esetünkben e részhalmazok lesznek a ládák a tárgyakkal. A futás gyorsítása érdekében az egyedekben a tele, vagy majdnem tele ládákat elkülönítve kezeljük: rájuk nem alkalmazzuk a mutáció műveletet.

Az algoritmust az irodalomban jól ismert benchmark teszhalmazokon teszteltem. 1615 példából csak 4 esetben nem találta meg az optimális megoldást. Algoritmusom korábbi evolúciós algoritmusokkal, valamint state-of-art módszerekkel hasonlítottam össze. Algoritmusom értékes eredményt ért el a Hard28 teszt halmazon; minden példánál megtalálta az optimális megoldást.

¹ Borgulya, I.: An EDA for the 2D knapsack problem with guillotine constraint CEJOR <https://doi.org/10.1007/s10100-018-0551-x> (2018)

Járványterjedési folyamatok földrajzi és időbeni modellezése

BÓTA ANDRÁS ^a

^a Umeå University, Department of Physics, Integrated Science Lab
andras.bota@umu.se

A gráfokon értelmezett fertőzési vagy terjedési modellek felhasználhatóak gyakorlati problémák modellezésére és megoldására. A modellek bemenetei közé tartoznak a gráfok élein definiált élsúlyok vagy fertőzési valószínűségek. Gyakorlati alkalmazásoknál ezek ritkán állnak rendelkezésre, így szükség van ezen értékek becslésére. Az ismert módszerek közül ebben az előadásban az Általánosított Inverz Fertőzési Modellel (Generalized Inverse Infection Model, GIIM) fogunk foglalkozni.

A GIIM modell a gyakorlati életben könnyen használható modell. Az előadás második felében a modell két orvos biológiai alkalmazását fogjuk megismerni. Az alkalmazások a közelmúlt két világméretű járványát vizsgálják. Az első, amelynek eredményei már közlésre kerültek¹, a 2015-2016-os Zika járvány, a második a 2009-2010-es H1N1 sertésinfluenza járvány. Mindkét alkalmazás a járványok földrajzi és időbeni terjedését modellezi, a Zika járvány esetében az amerikai kontinensen, az influenzajárvány esetében pedig Svédországban. Az alkalmazások céljai közé tartozik 1. a földrajzi területek közötti terjedési kockázatok becslése, 2. a területekhez kapcsolható bejövő és kimenő kockázatok becslése és 3. a terjedést elősegítő környezeti, társadalmi és gazdasági faktorok azonosítása.

¹ L.M. Gardner, A. Bóta, K. Gangavarapu, M.U.G. Kraemer, N.D. Grubaugh: Inferring the risk factors behind the geographical spread and transmission of Zika in the Americas. PLoS Neglected Tropical Diseases 12 (1), e0006194 (2018).

Páros összehasonlítás mátrixokból számolt súlyvektorok Pareto-optimalitásának gyakoriságáról

BOZÓKI SÁNDOR ^{a, b}, ANTAL ÁDÁM ^c, FÜLÖP JÁNOS ^{a, d}

^a MTA SZTAKI

^b Budapesti Corvinus Egyetem
bozoki.sandor@sztaki.mta.hu

^c Eötvös Loránd Tudományegyetem

^d Óbudai Egyetem

A páros összehasonlítás mátrix a többszemponútú döntési modellekben és a rangsorolásban gyakran alkalmazott fogalom. A mátrixból a döntéshozó preferenciáit *jól* közelítő súlyvektor számítására javasolt módszerek közül három olyat vizsgálunk, amelyek eredménye nem mindig Pareto-optimális. Kutatásunk célja a sajátvektor, az összes feszítőfából számolt súlyvektorok számtani közepe, valamint egy geometriai ihletésű célfüggvényt minimalizáló súlyvektor Pareto-optimalitásának gyakoriságának meghatározása.

Köszönetnyilvánítás: A kutatás az OTKA K111797, az MTA Bolyai János Kutatási Ösztöndíja (Bozóki S.), valamint az Emberi Erőforrások Minisztériuma ÚNKP-18-4-BCE-90 Új Nemzeti Kiválóság Programjának Bolyai+ Felsőoktatási Fiatal Oktatói, Kutatói Ösztöndíja (Bozóki S.) támogatásával készült.

Vegyes sportbajnokságok tervezése: a férfi kézilabda Bajnokok Ligája tanulságai

CSATÓ LÁSZLÓ ^{a,b}

^a MTA SZTAKI Mérnöki és Üzleti Intelligencia Kutatólaboratórium,
Operációkutatás és Döntési Rendszerek Kutatócsoport

^b Budapesti Corvinus Egyetem, Operációkutatás és Aktuáriustudományok
Tanszék

laszlo.csato@uni-corvinus.hu

Számos sportbajnokságot a csoportkör(öke)t követő egyenes kieséses szakasszal, vegyes lebonyolítási rendszerben szerveznek. Ezek leggyakrabban alkalmazott sorsolási eljárása ugyan képes megközelítőleg azonos erejű csoportok kialakítására, azonban, amennyiben a csapatok ereje jelentősen különbözik, sok csoportmérkőzés eredményének bizonytalansága alacsonnyá válhat, ami hátrányosan érinti azok nézettségét. Ezért a férfi EHF Bajnokok Ligája, az európai kézilabda-klubcsapatok legrangosabb tornája a 2015/16-os szezontól kezdve különböző erősségű csoportokkal indul. Az új formátum tulajdonságait szimulációs technikák alkalmazásával hasonlítjuk össze egy hagyományos, azonos erejű csoportokon alapuló bajnokságéval. Megmutatjuk, hogy a reform révén az igazságosság megsértése nélkül növelhető a lejátszott mérkőzések színvonala és izgalmasága. Eredményeink fontos üzenettel bírnak a sportbajnokságok szervezői számára. Ennek illusztrálásra alternatív mechanizmust javasolunk az UEFA Bajnokok Ligája, az európai labdarúgó-klubok részvételével játszott legrangosabb kupasorozat megrendezésére.

Kulcsszavak: operációkutatás a sportban; bajnokságok tervezése; kézilabda; szimuláció; kiegyensúlyozott verseny

Köszönetnyilvánítás: Hálás vagyok édesapám segítségével a szimulációk programozásában. A kutatást az NKFIH K 111797 pályázat és az MTA Prémium posztdoktori kutatói program támogatta.

A tortaosztás bonyolultsága nemegyenlő részesedések esetén

CSEH ÁGNES^a, FLEINER TAMÁS^b

^a MTA, KRTK, KTI

^b BME

fleiner@cs.bme.hu

Jelen társadalmunk egyik égetőproblémája a javak igazságos elosztása. Az igazságos tortaosztás célja, hogy egy osztható és heterogén forrást, a tortát, n játékos közt osszunk szét. A játékosok mind egyéni módon értékelik az egyes szeleteket. A cél az, hogy minden egyes játékos legalább olyan értékes szeletet kapjon, mint az ő jogos részesedése.

Cikkünkben azt az esetet vizsgáljuk, amikor ez a jogos részesedés egyénenként változó. Két eredményt értünk el. Egyrészt terveztünk egy olyan protokollt, ami minden eddigi ismert protokollnál gyorsabban talál meg egy igazságos elosztást. Másrészt egy alsó korláttal bebizonyítottuk, hogy protokollunk a lehetőleggyorsabb. Mindkét eredmény érvényes egy általános tortaosztási modellben is.

Páros preferenciák a stabil párosítás problémában

CSEH ÁGNES, JUHOS ATTILA

MTA KRTK KTI

A klasszikus stabil párosítás problémát tanulmányozzuk páronként megadott preferenciákkal. A legáltalánosabb esetben a játékosok úgy közlik a preferenciáikat, hogy tetszőleges két élüket összehasonlítják egymással. Egy ilyen összehasonlítás eredménye lehet döntetlen is, sőt, a játékos azt is kinyilatkoztathatja, hogy nem képes összehasonlítani a két élt. Ezt a nagy szabadságfokot lépésről lépésre csökkentjük, ahogy hat fokozat definiálásával eljutunk a klasszikus, szigorú listás rendezésig.

Minden esetet tanulmányozunk a három ismert (gyenge, erős, és szuper) stabilitásdefiníció esetében – feltételezvé, hogy a páros gráf egyik osztálya az egyik, míg a másik osztály egy másik rendezettségű fokozatban adja meg a preferenciáit. Három polinomiális algoritmus és két NP-teljeségi bizonyítás segítségével az összes, eddig még ismeretlen eset bonyolultságát meghatározzuk, ezzel pontos határvonalat húzva a kezelhető és a nehéz feladatok közé.

Optimalizálás a műtéti tervezésben – további eredmények

CSENDES TIBOR, MESTER ABIGÉL

Szegedi Tudományegyetem, Informatikai Intézet
csendes@inf.szte.hu

A korábban a Magyar Operációkutatási Konferencián több alkalommal jelentett előrehaladást követően az SZTE Innovációs Bizottsága 2018. októberében szolgálati szellemi alkotásként birtokba vette a kidolgozott műtéti tervezési eljárást.

Most újrafogalmaztuk a feladatot¹ nemlineáris korlátokkal rendelkező vegyes egészértékű nemlineáris optimalizálási feladatként. Ehhez a hazánkban érvényes műtéti dozimetriai előírásokat vettük alapul. Az előadás kitér a megoldó algoritmus előnyeire, a kapott közelítő megoldások alkalmazhatóságára, és a továbbfejlesztés lehetőségeire.

Köszönetnyilvánítás: A kutatásokat támogatta a „Matematikai Szolgáltatási Hálózat tevékenységének elmélyítése” című EFOP-3.6.2-16-2017-00015 pályázat is.

¹ T. Csendes, I. Bársony, I. Szalay: Optimization in Surgical Operation Design. ICAI-2014 Proceedings, Eger, Volume 2. pp. 245-253, (2015) doi: 10.14794/ICAI.9.2014.2.245.

Hatékony csapatmunka

CSÓKA ENDRE

MTA Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet
csokaendre@gmail.com

Amikor több piaci szereplőnek együtt kellene működnie, például meg akarnak építeni egy atomerőművet, repteret, stadiont vagy metróvonalat, olyankor gyakori probléma, hogy a felek saját önző érdekeik szerint cselekednek, és ez a hatékonyság romlását okozza. Mivel ellenőrizhetetlen, hogy mik a felek valódi képességei és költségei, milyen döntéseket hoznak, milyen erőfeszítéseket tesznek és milyen véletlenek érik őket, ezért könnyen találhatnak módot az önzésre, a lebukás veszélye nélkül. Mindezen problémák azonban teljesen megszüntethetők egy megfelelő pályázatértékelési és fizetségi rendszerrel.

Modellünkben minden játékosnak van egy döntési fája, ami leírja a játékos képességeit. Ez a döntési fa egy munkafolyamat lehetséges lefolyásait írja le, beleértve, hogy a játékos mikor milyen döntéseket hozhat, milyen véletlenek érik, milyen költségei lesznek, milyen hatással van a munkája a kívüllagra, és a kívüllág az ő munkájára. Ilyen hatás például az, ha valaki nem kezdhet el egy részfeladatot, amíg a másik be nem fejezett egy másikat. Feltesszük, hogy mindenki ismeri a saját döntési fáját, ám egymáséről nem feltétlenül tudnak bármit is. Ráadásul senki sem tudja hitelesen nyilvánosságra hozni, hogy mik a képességei: mindenki hazudhat a valószínűségeiről, a költségeiről, a rugalmasságának módjáról és mértékéről, a lebukás veszélye nélkül. Mindezek ellenére mutatunk egy mechanizmust, ami mellett az őszinte és együttműködőstratégia kvázidomináns egyensúly. Ennek egy közeli variánsa koalíciósan is kijátszhatatlan, cserébe azért, hogy veszítünk egy keveset a hatékonyságból (az első árazásos aukciókhoz hasonlóan). Ez utóbbi mechanizmus a gyakorlatban is jól alkalmazható.

Az arányos csődszabály axiomatizálása pénzügyi hálózatokban

CSÓKA PÉTER ^a, P-JEAN-JACQUES HERINGS ^b

^a Budapesti Corvinus Egyetem és MTA KRTK
peter.csoka@uni-corvinus.hu

^b Maastricht University

Valós csődproblémákban a fizetések meghatározására használt legfontosabb módszer az arányos csődszabály. Sok csődproblémában megjelenik a hálózati aspektus és a csőd fertőzés miatt is bekövetkezhet. Ha pénzügyi hálózatban mennek csődbe szereplők, akkor a szereplők eszközeinek értéke endogén módon határozódik meg (egy egyenletrendszer vagy egy lineáris programozási feladat megoldásaként), mivel az is számít, hogy a többi szereplőtől mennyire lehet a követeléseket behajtani. Ezek a hálózati hatások megnehezítik az axiomatikus elemzést. Cikkünkben először adunk axiomatizációt pénzügyi hálózatokban az arányos csődszabályra. Két központi axiómánk a pártatlanság és az azonos szereplők általi manipulálhatatlanság. A további szükséges axiómák a követelések mint felső korlát, a korlátolt felelősség, a hitelezők elsőbbsége és a folytonosság.

Belsőpontos algoritmusok transzformált centrális utas lineáris komplementaritási feladatokra

DARVAY ZSOLT ^a, ILLÉS TIBOR ^b, JANEZ POVH ^c, RIGÓ PETRA RENÁTA ^{a,b}

^aBabeş-Bolyai Tudományegyetem, Matematika és Informatika Kar, Kolozsvár

^bBudapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Differenciálegyenletek Tanszék

^cUniversity of Ljubljana, Szlovénia

A centrális út algebrailag ekvivalens transzformációjának (AET) a módszerét Darvay (2002) vezette be. Az elmúlt években elégséges lineáris komplementaritási feladatok (LCP) megoldására is elkezdtek használni az AET technikát és így új irányokat követő belsőpontos algoritmusok (BPA) kidolgozására került sor.

Előadásunkban prediktor-korrektor (PK) BPA-t adunk meg elégséges LCP-k megoldására. Megmutatjuk, hogy az új algoritmusunk az ismert legjobb iterációs komplexitású módszerek családjába tartozik. Talán ez még nem volna elegendő egy érdekes előadáshoz, de mi kidolgozzuk az AET-t használó PK BPA-k általános keretrendszerét és így lehetővé válik a különböző AET-k elméleti összehasonlítása.

Elégséges LCP-k megoldásának a tesztelésére a szakirodalomban alig van utalás, hiszen elégséges mátrixok konstruálása, kivéve a pozitív szemidefinit mátrixokat, egy nem triviális feladat. Mi elkezdtük egy elégséges LCP teszt feladatsor felépítését és ezzel kapcsolatos számításainkat is bemutatjuk.

Heurisztikus módszer moduláris elemekből álló heterogén szerkezetek kialakítására

DÁVID BALÁZS ^{a, b}

^a InnoRenew CoE
balazs.david@innorenew.eu

^b Szegedi Tudományegyetem
davidb@jgypk.szte.hu

A különböző moduláris elemekből álló heterogén szerkezetek tervezési és kivitelezési folyamatai számos optimalizálási problémát vetnek fel. Míg az elemek szerkezeten belüli és egymáshoz vett elhelyezkedése is bizonyos feladatokhoz kötött, fontos vizsgálni azok dimenzióit és anyagát is. Ez utóbbi tulajdonságok nagyban függenek az adott elemre ható erőktől és terheléstől. A feladat célja egy adott szerkezetet alkotó elemek tulajdonságainak megválasztása oly módon, hogy az eredményül kapott szerkezet megfeleljen minden megkötésnek, és költségei minimálisak legyenek.

Előadásomban egy olyan megoldási módszert mutatok be, mely a fenti problémakörhöz kapcsolódik. A módszer célja, hogy segítse a szerkezetek tervezési munkálatait azáltal, hogy kezdeti megszorítások alapján javaslatokat tesz a szerkezetben használt elemek konkrét tulajdonságaira, valamint a szerkezet felépítésére. A kidolgozott módszer hatékonyságát különböző teszteseteken szemléltetem.

Köszönetnyilvánítás: Jelen kutatást a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal az SNN-117879 sz. pályázatával támogatta.

A szerzőköszönetet mond az Európai Bizottságnak az InnoRenew CoE projekt (Pályázati azonosító: #739574) támogatásáért, mely a Horizont 2020 Widespread Teaming programjának keretében kerül megvalósításra.

Menedzsment döntések támogatása lineáris programozási modellek paraméteres vizsgálatával AIMMS környezetben

DIMÉNY IMRE, KOLTAI TAMÁS

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
dimeny.imre@gmail.com

Menedzsmentdöntések támogatására gyakran használnak LP modelleket. A LP modell paraméterei ugyanakkor sokszor valamilyen előrejelzés vagy becslés eredménye, így a döntéshozóknak számolnia kell azzal, hogy a tényleges megvalósulás során a modell paramétereinek értéke a tervezettől el fog térni. Az LP modellek érzékenységvizsgálata széles körben használt, és segíti a döntéshozókat a döntési környezet jobb megértésében, hasznos információt szolgáltatva a jobboldali paraméterek és a célfüggvény-együtthatók kis mértékű változásainak hatásáról. Az általános érzékenységvizsgálati eredmények azonban degenerált LP feladatok esetén téves menedzsment döntésekhez vezethetnek¹, a túl szűk érvényességi tartományok pedig sok esetben nem szolgálnak elegendő információval a döntéshozó számára.

Az egyes paraméterekhez kapcsolódó type III érvényességi tartományon² belül a paraméter célfüggvényérték függvénye lineáris, a tartományok korlátjainak meghatározására gyakorlati megoldás ismert³. Az ilyen szakaszok egymáshoz fűzésével a paraméter változásának következményei feltérképezhetők. A teljes tartomány feltérképezéséhez olyan eszközre van szükség, amely lehetővé teszi a nagy számú LP feladat megoldását és hatékony összekapcsolását, valamint alkalmas a döntéshozók számára szükséges felhasználói felületek létrehozására.

A prezentáció célja egy olyan AIMMS⁴ környezetben fejlesztett eszköz bemutatása, amely a menedzsment számára lényeges jobboldali paraméterekhez, valamint célfüggvény-együtthatókhoz kapcsolódó célfüggvényérték függvényeket kiszámítja és azt a döntéshozók számára elérhetővé teszi, segítve a tervezési fázisban használt adatokban rejlő bizonytalanságok lehetséges következményeinek áttekintésében.

¹ B. Jansen, J. J. De Jong, C. Roos, T. Terlaky: Sensitivity analysis in linear programming: just be careful! *European Journal of Operational Research*, 101, 15-28 (1997).

² T. Koltai, T. Terlaky: The difference between the managerial and mathematical interpretation of sensitivity analysis results in linear programming. *International Journal of Production Economics*, 65, 3, 257-274 (2000).

³ T. Koltai, V. Tatay: A practical approach to sensitivity analysis in linear programming under degeneracy for management decision making, *International Journal of Production Economics*, 131, 392-398. (2011).

⁴ M. Roelofs, J. Bisschop: AIMMS – The User's Guide, AIMMS B.V. (2018).

A DEA-Game módszer alkalmazása a beszállító kiválasztásban

DOBOS IMRE ^a, VÖRÖSMARTY GYÖNGYI ^b

^a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

^b Budapesti Corvinus Egyetem

A Data Envelopment Analysis (DEA) módszer igen népszerű az Ellátási Lánc Menedzsment területén, de különösen a beszállító kiválasztás területén. A szerzők több előadást tartottak a korábbi Magyar Operációkutatási Konferenciákon a beszállító kiválasztásról a DEA módszerét alkalmazva.

A DEA-Game módszer a DEA módszerének egy általánosítása, amikor a kiválasztás módszerét játékelméleti módszerekkel könnyítjük meg. A módszert Lozano (2012) javasolta, ezt fejlesztjük tovább.

Kulcsszavak: Data Envelopment Analysis, Ellátási Lánc Menedzsment, Beszállító Kiválasztás, Játékelmélet

Köszönetnyilvánítás: A szerzők köszönik az NKFIH K124 644 projekt támogatását.

Algoritmus a fuzzy lineáris optimalizálási feladat legélesebb megoldásához

DOMBI JÓZSEF ^a, VINCZE NÁNDOR ^b

^a SZTE TTIK Számítógépes Algoritmusok és Mesterséges Intelligencia
Tanszék
dombi@inf.u-szeged.hu

^b SZTE JGYPK Informatika Alkalmazásai Tanszék

A lineáris optimalizálási technikák az operációkutatás legtöbbet alkalmazott eljárásai. A fuzzy elmélet segítségével a paramétereket fuzzy számokkal helyettesítve egy flexibilisebb feladat megoldását kell megadni. A korlátok nem merevek, ennek következménye, hogy a változók is hasonló tulajdonságokkal rendelkeznek. A klasszikus fuzzy optimalizálási megoldás mellett célszerű lenne minél jobban közelíteni, hogy a bizonytalanság minél kisebb legyen, az eredmény a legkevésbé legyen fuzzy. A megoldás során trapezoid függvényekkel írjuk le a bizonytalanságot, a trapezoid oldalainak meredeksége jellemzi a fuzziság mértékét. A számítás során különválasztjuk a trapezoid jobb és baloldalát amit így írunk le.

$$L(x) = \left[m_l(x - a_l) + \frac{1}{2} \right] \quad \text{and} \quad R(x) = \left[m_r(x - a_r) + \frac{1}{2} \right]$$

azaz a fuzzyságot az m_l és az m_r paraméterek reprezentálják, az a_l és az a_r a közép paraméterek.

Két algoritmust vizsgáltunk. Az elsőben a fuzzy változók közép paramétereit optimalizálását végzi el az algoritmus, majd egy újabb célfüggvénnyel a fuzziságot minimalizáljuk. A második módszerben a fenti két lépést egyetlen algoritmus segítségével valósítjuk meg.

A szimulációs eredmények az új eljárás segítségével az eredmények bizonytalanságának minimalizálása az elfogadottságot jelentősen javította, másrészt a felhasználó „lazábban” tudja megadni a korlátokat.

Új alsó korlát az online ládapakolási feladatra

DÓSA GYÖRGY

Pannon Egyetem, Matematika Tanszék
dosagy@almos.uni-pannon.hu

A ládapakolási feladat esetén adott valahány tárgy, ezeknek a mérete 0 és 1 közötti racionális szám, és a tárgyakat a lehető legkevesebb ládába szeretnénk pakolni úgy, hogy egy ládába csak legfeljebb 1 össz méretű tárgy kerülhet. Ez egy klasszikus *NP*-teljes probléma, sok szegedi vonatkozással. Offline esetben a tárgyakat előre ismerjük, a pakolást ezek ismeretében végezhethetjük el. Online esetben a tárgyak egyesével érkeznek, és amint egy új tárgy megérkezik, azonnal be kell pakolnunk egy ládába, emiatt az online esetben nem várható el, hogy egy olyan pakolást csináljunk, amely a lehető legkevesebb ládát használná fel.

Az előadásban áttekintjük az online ládapakolási feladatra ismert alsó korlátokat, és némiképp azok hátterét. Egyszerűen bizonyítható, hogy nincs olyan online algoritmus, amely minden esetben kevesebb mint $(4/3) \cdot OPT$ ládát használna fel, ahol *OPT* az optimális megoldás értéke az offline esetben; még akkor sem, ha kikötjük, hogy az *OPT* értéke „nem lehet túl kicsi”. Ilyenkor azt mondjuk, hogy a $4/3$ egy alsó korlátja a feladatnak.

Kicsit bonyolultabb belátni, hogy az alsó korlát legalább $3/2$. A feladatra vonatkozó, különböző szerzők által adott alsó korlátok egyre javultak, a verseny győztese sokáig $1.5401\dots$ volt¹, amíg² talált egy új, meglepő konstrukciót, és ezáltal az alsó korlát $248/161 \approx 1.5403$ -ra javult.

Nemrégiben ezen a korláton sikerült egy kicsivel tovább javítani, az új alsó korlát értéke megközelítőleg 1.54278 . A jelenlegi legjobb felső korlát 1.5783 . Mindkét eredmény ugyanazon szerzők munkáiban található^{3 4}.

Köszönetnyilvánítás: A szerző megköszöni a következő szervezetek támogatását: National Research, Development and Innovation Office – NKFIH under the grant SNN 116095, valamint EFOP-3.6.1-16-2016-00015

¹ van Vliet, A., An improved lower bound for online bin packing algorithms, Inf. Proc. Lett., 43(5):277-284, 1992.

² Balogh, J., Bekesi, J., Galambos G., New lower bounds for certain classes of bin packing algorithms, Theor. Comp. Sci., 440-441(1), 1-13, 2012.

³ Balogh, J., Bekesi, J., Dosa, G., Epstein, L., Levin, A., A new lower bound for classic online bin packing, arXiv:1807.05554

⁴ Balogh, J., Bekesi, J., Dosa, G., Epstein, L., Levin, A., A New and Improved Algorithm for Online Bin Packing, ESA 2018, pp. 5:1–5:14.

Gyártási folyamat ütemezése heurisztikus és egzakt módszerekkel

DULAI TIBOR ^a, DÓSA GYÖRGY ^b, STARKNÉ DR. WERNER ÁGNES ^c

^{a,c} Pannon Egyetem, Villamosmérnöki és Információs Rendszerek Tanszék
dulai.tibor@virt.uni-pannon.hu

^b Pannon Egyetem, Matematika Tanszék

Előadásunkban gyártófolyamatok ütemezésére létrehozott heurisztikus algoritmust mutatunk be, vizsgáljuk annak futtatásával kapott ütemezés minőségét, valamint azt elemezzük, hogy az általa kinyert eredmény milyen mértékben képes egy – egyébként jellemzően lassabban, de jobb eredményt produkáló – egzakt ütemezőhatékonyságát növelni.

Az elemzéshez választott munkafolyamatok¹ részben egymást átfedő tevékenységeket foglalnak magukba, a műveleteket végző erőforrások halmaza pedig tartalmaz azonos képességű erőforrásokat, egymást más-más hatékonysággal helyettesíteni képes erőforrásokat, bár dominánsan az erőforrások egymástól függetlenek. Vannak olyan erőforrások is, amelyek többfajta tevékenység elvégzésére is képesek.

Az ütemezés céljára készített heurisztikus algoritmusunk alapötlete az összetett kiindulási probléma több, kevésbé komplex részproblémára történő darabolása. Emellett bemutatunk egy – ugyanezen problémára készített – MILP modellt is.

Megvizsgáltuk az elkészített heurisztikus és egzakt megoldót is hatékonyság szempontjából (milyen gyorsan futott le az algoritmus, illetve mennyire optimumközel megoldást produkált a heurisztika). Emellett elemeztük azt is, hogy az egzakt megoldó számolási sebességére milyen hatással van a heurisztika által produkált eredmény mint bemenet². Vizsgálatunkat különböző méretű feladatokra végeztük el számos paramétert (úgy mint műveleti idő, átállítási idő, termékek száma) véletlen számként generálva.

Köszönetnyilvánítás: Köszönet az EFOP-3.6.1-16-2016-00015 projekt anyagi támogatásáért.

¹ Dósa, Gy., Dulai, T., Werner-Stark, Á., An efficient heuristic for a complex scheduling problem, In: Friedler, Ferenc (szerk.) VOCAL 2018. 8th VOCAL Optimization Conference: Advanced Algorithms : Esztergom, Hungary, December 10-12, 2018. Short Papers, BUDAPEST : Pázmány Péter Catholic University, (2018) pp. 38-43.

² Dulai, T., Auer, P., Dósa, Gy., Fügenschuh, A., Ortner, R., Werner-Stark, Á., Production planning: easy or hard? Solving a complex scheduling model by a MILP solver, an efficient heuristic method, and their combination, In: Joint EURO/ORSC/ECCO Conference 2017 on Combinatorial Optimization : Book of abstracts, (2017) p. 59.

Magyar módszer alapú záróvizsgabeosztási algoritmus

ERDŐS SZILVIA ^a, KÓVÁRI BENCE ^b

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Villamosmérnöki és
Informatikai kar

Automatizálási és Alkalmazott Informatikai Tanszék

^aerdos.sziszi@gmail.com

^bkovari@aut.bme.hu

Az automatikus beosztástervezés évtizedek óta kutatott téma az irodalomban. Mivel a vizsgálandó állapottérre kisebb bementi változások is exponenciális hatással vannak, elsősorban heurisztikus és mesterséges intelligencia alapú módszerek hoztak sikereket¹.

A záróvizsga beosztások készítése a beosztástervezési feladat egy speciális részfeladata, ahol különleges követelmények (egy hallgatót pontosan egyszer kell beosztani, beosztott hallgatók és vizsgáztatók kapcsolására vonatkozó kényszerek stb.) korlátozzák az állapotteret².

A probléma automatizálását egy heurisztikus megközelítéssel vizsgáltam. Formalizáltam a problémát, kidolgoztam egy pontrendszert, mellyel a létrehozott beosztások jósága megítélhető és összehasonlítható. Algoritmusomat egy valós teszhalmazon, a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem 100 BSc-s hallgatójának záróvizsga beosztásának elkészítésével teszteltem.

Eredményem jól mutatja, hogy erre a komplexitású feladatra lehetséges elfogadható megoldást adni, mely minden szigorú követelményt teljesít, s algoritmusom továbbfejlesztésével a későbbiekben a manuálisan összeállított beosztásoknál is jobb, igazságosabb beosztások lesznek készíthetők.

Köszönetnyilvánítás: The research has been supported by the European Union, co-financed by the European Social Fund (EFOP-3.6.2-16-2017-00013, Thematic Fundamental Research Collaborations Grounding Innovation in Informatics and Infocommunications). This work was performed in the frame of FIEK_16-1-2016-0007 project, implemented with the support provided from the National Research, Development and Innovation Fund of Hungary, financed under the FIEK_16 funding scheme.

¹ Edmund K. Burke, Patrick de Causmaecker, Greet Vanden Berghe, Hendrik Van Landeghem: The state of the art of nurse rostering, *Journal of Scheduling* **7**: 441–499, (2004).

² Beáta Kochaniková, Hana Rudová: Student Scheduling for Bachelor State Examinations, *Mista* (2013).

Szimulációs eljárás valószínűségi feladatokra

FÁBIÁN CSABA ^a, CSIZMÁS EDIT ^a, DRENYOVSZKI RAJMUND ^a,
VAJNAI TIBOR ^a, KOVÁCS LÓRÁNT ^a, SZÁNTAI TAMÁS ^b

^a Informatika Tanszék, GAMF Kar, Neumann János Egyetem

^b Differenciálegyenletek Tanszék, Matematikai Intézet, Budapesti Műszaki és
Közgazdaságtudományi Egyetem

fabian.csaba@gamf.uni-neumann.hu
csizmas.edit@gamf.uni-neumann.hu
drenyovszki.rajmund@gamf.uni-neumann.hu
vajnai.tibor@gamf.uni-neumann.hu
kovacs.lorant@gamf.uni-neumann.hu
szantai@math.bme.hu

Valószínűség-maximalizálási illetve valószínűségi korlátos feladatokra dolgoztunk ki véletlenített eljárást. Ebben közvetlenül alkalmazhatóak a normális illetve logkonkáv eloszlásfüggvények értékebecslésére kidolgozott klaszikus szimulációs módszerek. Az új eljárás a sztochasztikus gradiens módszerrel rokon, de a valószínűségi függvény modelljét építi fel. Az eljárás részletes leírása ebben¹ a cikkben megtalálható.

¹ C.I. Fábíán, E. Csizmás, R. Drenyovszki, T. Vajnai, L. Kovács and T. Szántai: A randomized method for handling a difficult function in a convex optimization problem, motivated by probabilistic programming. *Annals of Operations Research*, DOI: 10.1007/s10479-019-03143-z. To appear in the Special Issue on Stochastic Modeling and Optimization, in memory of András Prékopa (editors: E. Boros, M. Katahakis, A. Ruszczyński).

Az intervallumos Newton módszer vizsgálata

G.-TÓTH BOGLÁRKA

Szegedi Tudományegyetem, Számítógépes Optimalizálás Tanszék
boglarka@inf.szte.hu

A Newton-módszer egy jól ismert eljárás nemlineáris egyenletrendszerek megoldására, a módszer kézenfekvőkiterjesztése szintén többször körüljárt téma az intervallumos módszerek körében is [1].

Alkalmazható gyökkeresésre, egyenlőségekkel adott feltételrendszer megoldására, illetve stacionárius pont keresésére is. Utóbbi eset feltétel nélküli optimalizálási feladatnál a gradiens gyökeit keressük. Ilyenkor nem érdemes a pontos megoldásra törekedni, elég csak egy, esetleg pár Newton lépést alkalmazni az intervallumos Branch-and-Bound módszeren belül, hiszen főleg a nem globális optimum pontok pontos meghatározása.

Feltételekkel adott nemlineáris optimalizálási feladatok esetén több lehetőség is felmerül. Legtöbbször a Karush-Kuhn-Tucker tétel alapján a Lagrange-függvény gradiensének gyökeit keressük pár további feltétellel, illetve néhol a Fritz-John feltételek megoldását javasolják a Newton módszerrel [2]. Ezeknél a rendszereknél több fajta megvalósítás is alkalmazható [3], amelyeket az előadásban részletesen tárgyalunk.

A tárgyalt módszereket összehasonlítjuk elméleti, és néhány példán gyakorlati szempontból is.

Köszönetnyilvánítás: A kutatást a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal (NKFIH – PD115554 pályázat) támogatja.

Hivatkozások:

- [1] K. Ichida: Constrained Optimization Using Interval Analysis. *Computers & Industrial Engineering*, **31**(3-4), 933–937, 1996.
- [2] Vasile Moraru: A Smooth Newton Method for Nonlinear Programming Problems with Inequality Constraints. *Computer Science Journal of Moldova*, **19**(3), 333–355, 2011.
- [3] Eldon Hansen and G. William Walster: *Global Optimization Using Interval Analysis (Second Edition, Revised and Expanded)*. Marcel Dekker, New York–Basel. 2004.

A DEA módszer alkalmazása kooperatív ellátási láncok elemzésére

GELEI ANDREA ^a, DOBOS IMRE ^b

^a Budapesti Corvinus Egyetem

^b Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Kooperatív helyzeteket az olyan játékelméleti helyzeteket tekinthetjük, amelyek a Nash-egyensúly és a Pareto-optimum között helyezkednek el. Szélsőséges speciális esetekben az ilyen szituációkban a két eset egybe is eshet, és ekkor Pareto-optimális Nash-egyensúly (PoNe) jön létre. Magyar nyelven az egyik szerző modellezett ilyen esetet. (Dobos, 2012)

A dolgozat azt vizsgálja, hogy többszintű ellátási láncokban, ahol a résztvevők saját érdekeiket követik a Data Envelopment Analysis (DEA) a kooperatív helyzetek hogyan állítható elő, azaz versenyezve együttműködési helyzetek hogyan írhatók le. Az ilyen helyzetek azért is fontosak, mert Pareto-optimum elérése sokkal fontosabb lehet, mint a versenyegyensúly. Ekkor ugyanis a rendszer egészét tekintve gazdaságosabb, profitábilisabb az ellátási lánc működése.

Kulcsszavak: Data Envelopment Analysis, Ellátási Lánc Menedzsment, Kooperatív, Játékelmélet

Projektív-konszenzus algoritmusok éles Konvergenciasebessége

GERENCSÉR BALÁZS ^a, GERENCSÉR LÁSZLÓ ^b

^a MTA Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet
gerencser.balazs@renyi.mta.hu

^b MTA SZTAKI
gerencser.laszlo@sztaki.mta.hu

Az előadás célja egy általános projektív-konszenzus probléma (ratio consensus) kapcsán kifejlesztett elosztott, aszinkron algoritmus (push-sum vagy weighted gossip)¹ konvergenciájával kapcsolatos éles eredmény bemutatása. A probléma verbálisan megfogalmazható úgy, hogy egy irányított hálózat csúcsaiban elhelyezett különböző mennyiségű és koncentrációjú oldatot akarunk lokális interakciókkal összekeverni úgy, hogy határértékben minden csúcsban azonos koncentrációjú oldat legyen.

Formálisan, tekintsük véletlen, nem-nemnegatív $p \times p$ -es mátrixoknak egy egy i.i.d., szekvenciálisan primitív (A_n) , $n \geq 1$ sorozatát, és legyenek $x, w \in \mathbb{R}^p$ olyan kezdeti értékek, amelyre $w \geq 0$, $w \neq 0$. Legyen $x_n = A_n A_{n-1} \cdots A_1 x$ és $w_n = A_n A_{n-1} \cdots A_1 w$. Ekkor igaz a következő tétel^{2,3}:

Tegyük fel, hogy (A_n) egy i.i.d. sorozat, $\mathbb{E} \log^+ \|A_n\| < \infty$, és a két első Ljapunov exponensre $\lambda_1 > \lambda_2$, vagyis a spektrális rés pozitív. Tegyük fel továbbá, hogy A_n minimális pozitív elemét α_n -nel jelölve $\mathbb{E} \log^- \alpha_n > -\infty$. Ekkor létezik egy olyan véletlen, pozitív v^1 sorvektor \mathbb{R}^p -ben, hogy – az i -dik egységvektort e_i -vel jelölve – minden i -re 1 valószínűséggel

$$\limsup_n \frac{1}{n} \log \left| \frac{e_i^\top x_n}{e_i^\top w_n} - \frac{v^1 \cdot x}{v^1 \cdot w} \right| \leq -(\lambda_1 - \lambda_2),$$

és a hibatag i -ben vett maximumára a baloldal határértéke pontosan $\lambda_1 - \lambda_2$.

A $e_i^\top x_n / e_i^\top w_n$ hányados az i -dik csúcsban az n -dik lépés után kialakult koncentrációként értelmezhető. A tétel szerint ezek legalább a megadott exponenciális sebességgel egy közös értékhez tartanak. A fenti tétel kiterjeszhetővéletlen, nem-nemnegatív mátrixok szigorúan stacionárius, ergodikus, szekvenciálisan primitív sorozatára, alkalmas feltételek mellett.

¹ D. Kempe, A. Dobra, and J. Gehrke: Gossip-based computation of aggregate information, Proc. of Foundations of Computer Science, IEEE, 482–491, (2003).

² B. Gerencsér and J. M. Hendrickx: Push sum with transmission failures, IEEE Transactions on Automatic Control, 64 (3), 1019–1033, (2019).

³ B. Gerencsér and L. Gerencsér: Tight bounds on the convergence rate of generalized ratio consensus algorithms, arXiv:1901.11374, (2019).

Párosítási stratégiák pozíciós játékokon

GYÖRFFY LAJOS ^a, PLUHÁR ANDRÁS ^b

^a SZTE Bolyai Intézet
gyorffylajos38@gmail.com

^b SZTE Számítástudományi Tanszék

A k -in-a-row (amőba) pozíciós játék régóta kutatott terület. Klasszikus változatában két játékos játszik, felváltva raknak X-eket es O-kat egy négyzetácsos lap mezőibe. Aki előbb megszerez $k = 5$ egymást követő mezőt a saját jeléből vízszintesen, függőlegesen vagy átlósan, az nyeri a játékot. Az előadás során bevezetjük az Építő-Romboló játékokat, áttekintjük a különböző-amőba típusú játékokra adott nyerőstratégiákat, majd kiemelten foglalkozunk a párosításokkal. A 9-amőbára adott párosítási stratégiák szép szimmetrikus struktúrát alkotnak, melynek vizsgálata során felbukkan egy négydimenziós kocka is.

Köszönetnyilvánítás: Jelen kutatást a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal az SNN-117879 sz. pályázatával támogatta, valamint az EFOP-3.6.1-16-2016-00008 azonosítójú, EU társfinanszírozású projekt részben támogatta.

Hivatkozások:

- [1] J. Beck, *Combinatorial Games, Tic-Tac-Toe Theory*, Cambridge University Press 2008.
- [2] L. Gyórfy, A. Pluhár, Generalized pairing strategies – A bridge from pairing strategies to colorings, *Acta Univ. Sapientiae, Math.* 8, No. 2, pp. 233-248. (2016)
- [3] L. Gyórfy, G. Makay, A. Pluhár, Pairing strategies for the 9-in-a-row game, *ARS MATHEMATICA CONTEMPORANEA* 16, 97–109. (2019)
- [4] L. Gyórfy, G. Makay, A. London, The structure of pairing strategies for k -in-a-row type games, *Acta Cybernet.* 23 (2017), no. 2, pp. 561–572.

Ütemezés nem-megújuló erőforrásokkal

GYÖRGYI PÉTER, KIS TAMÁS, DRÓTOS MÁRTON

MTA SZTAKI

kis.tamas@sztaki.mta.hu

Az egygépes, nem-megújuló erő forrás-korlátos ütemezési probléma a következő. Adott egy gép, és egy nem megújuló erő forrás (tehát használásával a rendelkezésre álló mennyiség fogy), és célunk az ütemezendő feladatok súlyozott befejezési idejének a minimalizálása. Minden j feladatnak van egy p_j feldolgozási ideje, és egy w_j súlya, valamint egy a_j erő forrás igénye, minden adat nemnegatív egész. Ezen kívül van egy nem-megújuló erő forrás, aminek van egy induló készlete (b_1 az $u_1 = 0$ idő pontban), és van belőle néhány további beszállítás a $0 < u_2 < \dots < u_q$ idő pontokban, amikor is rendre b_2, \dots, b_q mennyiség érkezik még (pozitív egész számok). Egy S ütemterv megadja minden feladat kezdési idejét (S_j), és akkor megengedett, ha a következő két feltétel teljesül: (i) a feladatok nem fedik át egymást időben, azaz $S_j + p_j \leq S_k$ vagy $S_k + p_k \leq S_j$ minden $j \neq k$ feladattal, és (ii) minden $t \geq 0$ időpontban teljesül, hogy az összes beszállítás a t időpontig legalább akkora, mint a t időpontnál nem később kezdődő feladatok összes igénye, azaz $\sum_{t: u_\ell \leq t} b_\ell \geq \sum_{j: S_j \leq t} a_j$. Olyan megengedett j ütemtervet kell meghatározni, ami minimalizálja a $\sum w_j C_j$ célfüggvényt, ahol is $C_j = S_j + p_j$. Ennek a feladatnak vizsgáltuk a komplexitását, és az approximálhatóságát az NP nehéz esetekben. Az alábbi táblázat foglalja össze az eddigi eredményeket a feladat paramétereire tett különféle megkötések mellett. Az 1–3 sorok polinomálisan kezelhető esetek, a 4–6 sorok NP-nehez variánsok, míg a 7–11 sorok ezek approximálhatósága jelen tudásunk szerint.

Sor	Megkötés	Célfüggvény	Eredmény
1	$p_j = \bar{p}, a_j = \bar{a}$	$\sum w_j C_j$	poli idő (csökk. w_j)
2	$p_j = \bar{p}, w_j = \bar{w}$	$\sum \bar{w} C_j$	poli idő (növv. a_j)
3	$a_j = \bar{a}, w_j = \lambda p_j$	$\sum w_j C_j$	poli idő (csökk. p_j)
4	$q = 2, p_j = 1, w_j = \lambda a_j$	$\sum w_j C_j$	gyengén NP-nehez
5	$q = 2, w_j = p_j = a_j$	$\sum p_j C_j$	gyengén NP-nehez
6	$w_j = p_j = a_j$	$\sum p_j C_j$	erősen NP-nehez
7	$w_j = p_j = a_j$	$\sum p_j C_j$	2-approx algoritmus (LPT)
8	$q = const, w_j = p_j$	$\sum p_j C_j$	PTAS
9	$q = const, a_j = \bar{a}, w_j = 1$	$\sum C_j$	FPTAS
10	$q = 2, p_j = 1, a_j = w_j$	$\sum w_j C_j$	2-approx (csökk. w_j)
11	$p_j = 1, a_j = w_j$	$\sum w_j C_j$	3-approx (csökk. w_j)

Egy nyitott kérdés: lehet-e megkötések nélkül $\sum w_j C_j$ célfüggvényt approximálni konstans hibával?

Köszönetnyilvánítás: Az fenti eredmények elérését az ED_18-2-2018- 0006, és az SNN 129178 NKFIH támogatások tették lehetővé.

Egy vállalat járatszervezési feladatának matematikai modellje

HAJBA TAMÁS ^a, HORVÁTH ZOLTÁN ^b, PSENÁK BÁLINT ^c

^aSzéchenyi István Egyetem
hajbat@sze.hu

^bSzéchenyi István Egyetem

^cTU Wien

A klasszikus járatszervezési feladatban (Vehicle Routing Problem, VRP) egy depóból kiindulva kell n darab azonos jármű segítségével felkeresni az összes vevőt úgy, hogy a járművek által megtett távolságok összege minimális legyen.

Az előadásban egy magyarországi nagyvállalat járatszervezési feladatát mutatjuk be, amely abban tér el a klasszikus feladattól, hogy

- a depóban kétféle típusú jármű van;
- minden vevő esetén adott, hogy milyen típusú jármű szolgálhatja ki;
- a vevőket a nyitvatartási idejükön belül kell kiszolgálni;
- egy jármű több kört is mehet;
- a járműveknek a depó nyitvatartási idején belül be kell fejezniük az útjukat;
- a járművek kétféle méretű rekeszben szállíthatják az árukat.

Az előadásban megadjuk a fenti feladat egy vegyes egészértékű lineáris programozási modelljét, valamint a modell – komplexitásának csökkentése érdekében való – egyszerűsítését, melynek során felhasználjuk a vevők földrajzi elhelyezkedésük alapján való klaszterezését. A vállalat adatainak bemutatjuk a modellek numerikus megoldásainak hatékonyságát.

Mikroszimulációs módszerek a mezőgazdaságban

HEINC EMILIA, BÁNHELYI BALÁZS, MIKÓ EDIT, HORVÁTH JÓZSEF,
CSENDES TIBOR

Szegedi Tudományegyetem
banhelyi@inf.u-szeged.hu

A mezőgazdasági nagy rendszerek jó része alaposan átgondolt és a gazdálkodók számára jó megoldást jelent. Maradtak azért olyan döntési helyzetek, amikhez az érintettek nem kapnak külső segítséget. A lényegét illetően a döntéshozónak a jövőbeli véletlen események összevont hatását kellene jól megítélnie ahhoz, hogy megfelelő döntést hozzon az aktuális helyzetben például egy állattal kapcsolatban.

A szakterület képviselőivel együttműködve a korábbi tapasztalatunk alapján egy olyan mikroszimulációs eljárást készítettünk, mely a releváns paraméterek jó részét tartalmazza és alkalmas többféle helyzetben a kedvező döntés kialakítása támogatásában. Az eljárásunk moduláris szerkezetű, így több esetre is jól adoptálható és egy címkézési eljáráson alapszik, így könnyen bővíthető és átlátható.

Az előadásban beszámolunk a módszer használatának előnyeiről, és a továbbfejlesztés tervezett irányairól.

Köszönetnyilvánítás: Jelen kutatás eredményei a Bolyai János Kutatási Ösztöndíj, Bolyai+ Ösztöndíj, és az EFOP-3.6.2-16-2017-00015 számú projekt támogatásával készültek. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alaptárs finanszírozásával valósul meg.

Befolyás terjedés optimumainak hálózatáról

HOMOLYA VIKTOR ^a, VINKÓ TAMÁS ^b

^a Szegedi Tudományegyetem, Számítógépes Optimalizálás Tanszék
homolyav@inf.u-szeged.hu

^b Szegedi Tudományegyetem, Számítógépes Optimalizálás Tanszék
tvinko@inf.u-szeged.hu

A hálózattudományban közismert probléma a befolyás terjedés maximalizálás¹, melyben k db csúcstot kell kiválasztani (seed-et) az adott G gráfból a terjedés indításához. Cél a befolyásolt csúcsok számának maximalizálása.

A gráfon belüli szomszédságból definiáltunk lokális optimumot (maximumot) a problémában. A lokális optimumokból hálózatot építünk, mely az általunk készített hegymászó-jellegű algoritmusnak a diszkrét térbeli mozgását jelzi. A Lokális Optimumok Hálózatát (Local Optima Network)² régebb óta használják folytonos és diszkrét függvények elemzéséhez.

Célunk az volt, hogy a LON-on keresztül keressünk olyan gráf jellemzőket, melyekkel a konkrét probléma nehézségét osztályozhatjuk. Illetve olyan tulajdonságokat, összefüggéseket találni, melyek könnyen ellenőrizhetőek nagy gráfokban és segíthetik a sebességben vagy értékben jobb megoldások megtalálását. Az algoritmus által bejárt pontokból illetve a szomszédság definícióból becsüljük a lokális optimumok vonzaskörzetének méretét. Ezen méretek és befolyásértékek viszonyát is vizsgáltuk.

Köszönetnyilvánítás: Jelen kutatás eredményei az „Integrált kutatói utánpótlás-képzési program az informatika és számítástudomány diszciplináris területein” című, EFOP-3.6.3-VEKOP-16-2017-0002 számú projekt támogatásával készültek. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

¹ David Kempe, Jon Kleinberg, and Éva Tardos. Maximizing the spread of influence through a social network. Proceedings of the ninth ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining. ACM, 2003.

² Fabio Daolio, Marco Tomassini, Sébastien Vérel, Gabriela Ochoa. Communities of Minima in Local Optima Networks of Combinatorial Spaces. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Elsevier, 2011, 390 (9), pp.1684 – 1694

Felügyelet nélküli anomália detektálás többszenzoros rendszer esetén

HORVÁTH GÁBOR ^a, KOVÁCS EDITH ^b, MOLONTAY ROLAND ^c,
NOVACZKI SZABOLCS ^d

^{a,b,c} Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

^d Nokia

kovacsea@math.bme.hu

Az anomáliák felismerése és előrejelzése egy fontos rendszer megbízhatósági kérdés. Az általunk tárgyalt probléma egy felügyelet nélküli (címkézés nélküli) feladat.

A probléma bonyolultságát több tényező is okozza. Az egyik az, hogy nincsenek címkézve az anomáliás illetve nem anomális minták, a másik pedig a magas dimenzió, ahol a szokványos távolságra épülő módszerek nem működnek.

Az alapötlet az volt, hogy magas dimenziós eloszlást, lebontjuk 2 dimenziós terekre, amelyek megtartják lehető legjobban az eredeti tér információtartalmát, és csökkentik leginkább a redundanciát, amely nyilvánvalóan fennáll a változók között. Ezekben a 2 dimenziós terekben az együttes eloszlások modellezésére olyan eloszlásokat kellett használni, amelyek jól tudják az extrémításokban való összefüggést modellezni. Az anomáliák kvantifikálása ezen valószínűségi eloszlások alapján történik egy általunk bevezetett anomáliamutató alapján.

A módszerünket úgy fejlesztettük ki, hogy vizualizáció segítségével a felhasználó könnyen megértse a rendszer állapotát és döntéseket tudjon hozni arról, hogy hol szükséges közbelépnie.

Diszjunktív programozás alapú eljárás összeszerelés tervezéshez

HORVÁTH MARKÓ, FEKULA MÁRK, KIS TAMÁS, KOVÁCS ANDRÁS

MTA SZTAKI

marko.horvath@sztaki.mta.hu

A szerelés tervezési feladat során n alkatrészt kell összeszerelni, ahol a lehetséges összeszerelési műveletek előre adottak. Minden ilyen művelet két alkatrészt kapcsol össze, és ehhez egy szerszámot és egy befogót is használni kell. Egy szerelési tervet $n - 1$ művelet kiválasztásával és azok sorrendezésével adhatunk meg, amely akkor megengedett, ha a kiválasztott műveletek valóban összeépítik az n alkatrészt; a szerszámokra és befogókra vonatkozó különféle kompatibilitási megkötések teljesülnek; és a terv fizikailag is megvalósítható (azaz a műveleteket az adott sorrendben elvégezve, az alkatrészek ütközés-mentesen összeépíthetők). A problémát egy ún. Liaison gráf segítségével reprezentálhatjuk, ahol a csúcsok az alkatrészeknek, az élek pedig két alkatrészt összekapcsoló műveleteknek felelnek meg. A kiválasztott éleknek egy feszítő-fát kell alkotniuk. A cél olyan fizikailag is megvalósítható műveleti sorrend találása, amely minimalizálja a teljes szerelési időt.

A megoldási eljárásunk logikai Benders dekompozíción alapul, ahol a mester probléma a sorrendezési korlátokat és a célfüggvényt írja le, míg az alsó szint geometriai következtetés (ütközésvizsgálat) segítségével ad újabb korlátokat a mester problémához, amennyiben a talált terv fizikailag nem végrehajtható.

Az előadás során bemutatjuk az IP felírásunkat, és többek között azokra a megengedettségi korlátokra térünk ki, amelyek VAGY-típusú megelőzési feltételeket írnak elő a műveletekre. Minden ilyen diszjunktív korlátban adott egy k művelet és más műveletek egy F halmaza; a korlát pedig azt írja elő, hogy az F halmazból legalább egy műveletet a k művelet után kell elvégeznünk. Az alternatívákat tartalmazó megelőzési korlátot a diszjunktív programozás¹ eszközeit használva modellezzük, valamint a kapott kiterjesztett problémafelírás segítségével érvényes egyenlőtlenséget szeparálunk.

Köszönetnyilvánítás: A kutatást az „Kutatások az ipari digitalizáció által nyújtott potenciál minőségi kiaknázására” című ED_18-2-2018-0006 kutatás és az „Optimalizálás Fenntartható Ellátási Láncokban” tárgyú SNN 129178 pályázat tette lehetővé.

¹ Balas E.: Disjunctive Programming, Springer (2018)

Lineáris differenciál-algebrai egyenletek pozitív invariáns halmazainak konstrukciója a Farkas-lemma felhasználásával

HORVÁTH ZOLTÁN

Széchenyi István Egyetem
horvathz@sze.hu

Számos időfüggő fizikai folyamat modellezhető véges, tipikusan sok dimenziós állapot térben felírt differenciálegyenlet (DE), illetve differenciál-algebrai egyenlet (DAE) felhasználásával. (Utóbbiaknál pl. n állapotváltozó esetén $m < n$ differenciálegyenlet és $n - m$ algebrai egyenlet adott.) A modellezett fizikai folyamat több fontos tulajdonsága az állapotvektorra vonatkozó egyenlőtlenség-rendszerrel fogalmazható meg (pl. az összenergia adott felső korlátja, vagy a koncentráció adott határai miatt), amelyek az állapot tér egy invariáns C részhalmazát határozzák meg a megfelelő DE-re, illetve DAE-re. Ezt a C -t pozitív invariánsnak nevezzük, ha teljesül, hogy ha a vizsgált DE, illetve DAE tetszőleges megoldása egy tetszőleges időpontban C -hez tartozik, akkor ez a megoldás ettől az időponttól fogva végig C -ben marad.

Az ún. Nagumo-lemma elméleti szükséges és elégséges feltételt fogalmaz meg arra, hogy az állapot tér egy adott C részhalmaza egy adott DE-re pozitív invariáns-e. Ennek konstruktív ellenőrzésére módszereket mutatott be H., Song és Terlaky közös cikkeikben, különféle alternatíva tételek (pl. Farkas-lemma, S-lemma) felhasználásával.

Lineáris DAE-kre vonatkozóan pozitív invariáns C halmazok jellemzésére a szakirodalom csak elégséges feltételeket ismer, amelyek az állapot tér DAE-től függő különféle projekcióinak felhasználásával írhatók fel; ezek gyakorlati feladatokban nem, vagy csak nehezen alkalmazhatóak.

Ebben az előadásban konstruktívan ellenőrizhető szükséges és elégséges feltételt mutatunk be lineáris DAE-khez, poliéderek pozitív invarianciájának meghatározására a Farkas-lemma felhasználásával.

Balas, Prékopa és Hammer professzorokról

HUJTER MIHÁLY

BME Matematika Intézet
hujter.misi@gmail.com

Balas Egon (1922-2019), Prékopa András (1929-2016) és Hammer Péter László (1936-2006) a magyar-amerikai matematikusok közül kimagaslóan járultak hozzá az operációkutatás, a sztochasztikus és a diszkrét optimalizálás fejlődéséhez. A jelen rövid előadásban felvázoljuk a három jeles kutató egy-egy vizsgált problémakörét; olyanokat, melyekkel közelebbi kapcsolatba kerülünk.

Ismertetjük a felvetett kérdések érdekes fejlődéstörténetét. Időt szakítunk arra is, hogy egy-egy jellemző anekdotával emlékeztessünk a professzorok jó humorára.

Dekompozíciós módszerek konvergenciájának gyorsítása nagy méretű egészértékű feladatokon

JÜTTNER ALPÁR, MADARASI PÉTER

ELTE Operációkutatási Tanszék alpar@cs.elte.hu
madarasi@cs.elte.hu

A speciális blokkdiagonális struktúrájú egészértékűlineáris feladatok alternatív felírását kapjuk a Dantzig-Wolfe dekompozícióval, amely gyakran szorosabb relaxációt ad, mint a szokásos lineáris programozási relaxált. Az alternatív felírás egy hatalmas egészértékű master feladat, aminek a változóit implicit kezeljük egy oszlopgenerálással és Lagrange-becslésekkel kombinált B&B algoritmusban. A B&B fa bejárása során a szétválasztás (Branching) az eredeti formalizáció változóin történik, amely a korlátozási (Bounding) feladatra tesz megkötéseket a leszármazott csúcsokban.

Ebben az előadásban a fenti módszer egy finomítását mutatjuk be. Egyrészt a javasolt módosított oszlopgenerálási eljárás javítja a Dantzig-Wolfe dekompozícióval kapott feladat optimális LP megoldáshoz való konvergencia sebességét. Másrészt az pricing feladat megoldásakor kiszámított alsó és felsőbecslések felhasználásával csökkentjük az oszlopgeneráláskor jelentkező „tail-off” effektet, ami lehetővé teszi a szokásos B&B algoritmus gyorsabb végrehajtását.

Numerikus tesztek alapján a kidolgozott módszer és implementáció jelentősen gyorsabb a hagyományos megközelítésnél, és bizonyos feladatokra versenyképes az általános célú kereskedelmi szoftverekkel.

Diszkrét lineáris programok a maximum klikk problémára és ezek folytonos relaxáltjai

KARDOS DÓRA^a, PATASSY PATRIK^b, SZABÓ SÁNDOR^c, ZAVÁLNJ BOGDÁN^d

^a Szegedi Tudományegyetem
kaduabt@hotmail.com

^b Szegedi Tudományegyetem

^c Matematikai és Informatikai Intézet, PTE, TTK

^d Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet, Magyar Tudományos Akadémia

Egy gráf részgráfját klikknek nevezzük, ha ebben bármely két különböző csúcs éllel össze van kötve. A gráfban fellépő legnagyobb klikk méretének meghatározása maximum klikk problémaként ismert. A maximum klikk probléma és variánsai az alkalmazott diszkrét matematika és operáció kutatás fontos feladatát képezik. A konfliktus gráfon értelmezett klikk feladat mint segédprobléma megjelenik egyes pakolási illetve egészértékű LP problémákban, továbbá lehetséges ütemezési feladatokat – órarend vagy akár jobshop feladatok – maximum klikk feladatra visszavezetni.

A maximum klikk probléma megfogalmazható 0-1 lineáris programként, így egy diszkrét optimalizálási feladatot kapunk. Több ilyen 0-1 LP átfogalmazás is ismert. A diszkrét probléma folytonos relaxáltja felsőbecslést ad a G gráf klikk méretére. A különböző 0-1 LP átfogalmazások különböző erősségű felsőbecslésekre vezetnek. Az előadás ezen átfogalmazások erősségével foglalkozik. Azt a 0-1 átfogalmazást, amely folytonos relaxáltja jobb felsőbecslést ad szorosabb megfogalmazásnak hívják.

Röviden áttekintjük az ismert 0-1 LP átfogalmazásokat. Ezeket egymással és további kombinatorikai megfontolásokkal ötvözve módosított diszkrét LP átfogalmazásokat javasolunk. Az új LP-k folytonos relaxáltjait numerikus kísérletek során teszteljük. A folytonos relaxálásból adódó klikkméret becslések több területen bizonyulnak hasznosak. Az előadásban három terület problémáit használjuk illusztrációként. Johnson-féle hibajavító kódok, Turán típusú problémák és bizonyos Ramsey számok.

Köszönetnyilvánítás: Kardos Dóra és Patassy Patrik jelen kutatását az EFOP-3.6.3-VEKOP-16-2017-00002 sz. pályázat támogatja. Szabó Sándor és Zaválnj Bogdán kutatását a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal az SNN-117879 sz. pályázatával támogatta.

Centralitási mértékek stabilitásának vizsgálata

KARDOS ORSOLYA

Szegedi Tudományegyetem Számítógépes Optimalizálás Tanszék
orsolya.kardos@yahoo.com

Egy hálózat – melyet gyakran gráffal reprezentálunk – pontjainak értékelése és sorba rendezése számos alkalmazás esetén fontos feladat. Általánosan, a pontok értékelésére szolgáló valós függvényt centralitási (vagy központi-sági) mértéknek nevezzük. Ezen mérték szerinti leginkább centrális pontok jelentősek a hálózat strukturális és funkcionális viselkedését tekintve. Érdekes kérdés, hogy az egyes centralitási mértékek mennyire stabilak abban az értelemben, hogy a hálózatot reprezentáló gráf szerkezetének kis mértékű megváltozása (perturbációja) esetén mennyire változhatnak meg az egyes csúcsok centralitási értékei. Az előadásban bemutatunk néhány általunk vizsgált stabilitásfogalmat és perturbációs módszert, melyek segítségével valós és mesterséges hálózatok pontjainak stabilitását vizsgáljuk. A szimulációs kísérleteink bemutatása mellett tárgyaljuk a fogalmak elméleti vizsgálatának lehetőségeit is.

Köszönetnyilvánítás: Jelen kutatás eredményei az „Integrált kutatói utánpótlás-képzési program az informatika és számítástudomány diszciplináris területein” című, EFOP-3.6.3-VEKOP-16-2017-0002 számú projekt támogatásával készültek. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

Rugalmas keretrendszer ütemezési feladatokhoz

KEREKES BALÁZS ^a, KRÉSZ MIKLÓS ^b, TÓTH ATTILA ^b

^aWHEELER Számítástechnikai és Szolgáltató Kft.
kerek.balazs@wheeler.hu

^bSzegedi Tudományegyetem Juhász Gyula Pedagógusképző Kar
kresz@jgypk.szte.hu
attila@jgypk.szte.hu

Az ütemezési probléma az egyik legismertebb és leginkább tárgyalt optimalizálási feladat. Az alapfeladat szerint adott m számú erőforrás (gép) illetve n számú feladat (munka), amelyeket úgy kell kiosztani az erőforrások között, hogy betartunk bizonyos korlátozó feltételeket miközben minimalizálunk egy adott költséget. Az alap feladatnak számos változata definiált a három fő jellemzője szempontjából: a feladatokra és az erőforrásokra vonatkozó feltételek, illetve a költségszámítás módja szerint. A legtöbb típusú ütemezés feladat NP-nehéz.

A gyakorlati életben előforduló problémák jelentős része felírható ütemezési feladatként (pl. gépütemezés, humán erőforrás ütemezés, órarend készítés, stb.). Mivel az üzleti világban a költségek csökkentése alapvető elvárás, komoly igény van hatékony, valós feladatokra alkalmazható algoritmusokra. A publikált megoldási módszerek gyakorlati alkalmazása nehéz, mert jellemzően a szakirodalomban mind a feltételrendszer, mind a célfüggvény jelentősen leegyszerűsített, valamint kiértékeléskor egy optimális megoldás megtalálása a cél. Ellenben a valós feladatok esetén több, bonyolultabb feltétel van előírva, illetve a költség is nehezebben formalizálható, viszont a cél egy „elég jó” megoldás előállítása elfogadható időn belül. Ráadásul ezek a jellemzők jelentősen eltérhetnek az ütemezési feladat típusától és az alkalmazási területtől függően.

Ennek a kettősségnek az áthidalásához szükséges olyan rugalmas keretrendszer használata, amely képes szétválasztani a feladat sajátosságait a megoldási módszertől azáltal, hogy a feladat jellemzőire (pl. a korlátozó feltételekre) egy univerzális formát definiál, valamint felületet biztosít a megoldási módszerek beillesztésére, összehasonlítására. Ilyen keretrendszer kerül bemutatásra, amely a „Wheeler WAP (Webbased Algorithm Platform) – széleskörű, web-alapú algoritmus platform prototípus, matematikai modell támogatással” című, GINOP-2.1.7-15-2016-01018 kódszámú projekt keretein belül készül (kedvezményezettje a WHEELER Számítástechnikai és Szolgáltató Kft.).

Kifizetés nélküli általánosított párosítási játékok nehézsége

KIRÁLY TAMÁS, MÉSZÁROS-KARKUS ZSUZSA

ELTE TTK Operációkutatási Tanszék
MTA-ELTE Egerváry Jenő Kombinatorikus Optimalizálási Kutatócsoport
tkiraly@cs.elte.hu
karkuszsuzsi@gmail.com

Az általánosított párosítási játékban adott egy $G = (V, E)$ irányítatlan gráf, és V -nek egy V_1, \dots, V_n partíciója. A V_i csúcshalmaz az i -edik játékoshoz tartozik, és egy M párosítás értéke az i -edik játékos számára $|V_i \cap V(M)|$, ahol $V(M)$ az M által fedett csúcsok halmaza. A játékot a nemzetközi vesecseré-probléma motiválja: a csúcsok inkompatibilis beteg-donor pároknak felelnek meg, az élek lehetséges cseréknek, a V_i csúcshalmazok pedig az egyes országoknak. Egy párosítás tehát páros cserék egy lehetséges módját jelenti, értéke pedig egy ország számára a cserében részt vevő betegeinek a száma. Országok egy adott koalíciója azon párosításokat tudja megvalósítani, amik csak az ő csúcsait használják. A játék kifizetéses változatát Biró és társszerzői¹ vizsgálták, és belátták, hogy legfeljebb kételemű országok esetén a mag nemüressége polinom időben eldönthető, három-elemű országok esetén azonban coNP-teljes.

Kifizetés nélküli esetben meg kell különböztetnünk a gyenge és erős magot. A gyenge magban olyan M párosítások vannak, ahol egy koalíció sem tud olyan párosítást megvalósítani, ami a koalíció minden tagja számára jobb (azaz több csúcsot fed), mint M . Az erős mag párosításaihoz olyan koalíció és általa megvalósítható párosítás sincs, ahol mindenki legalább olyan jól jár, mint M -nél, de legalább egy játékos jobban.

Megmutatjuk, hogy általános esetben már azt is coNP-teljes eldönteni, hogy egy adott M párosítás a gyenge illetve az erős magban van-e. Sőt, ETH-t feltételezve nincs $2^{o(n)}$ poly(m) futási idejű algoritmus, ahol n az országok száma, m pedig a gráf mérete.

Belátjuk azt is, hogy legfeljebb kételeműországok esetén polinomiális időben eldönthető, hogy adott M párosítás a gyenge/erős magban van-e. A gyenge mag ebben az esetben sosem üres.

Köszönetnyilvánítás: A szerzők szeretnék megköszönni Biró Péternek és Jankó Zsuzsannának a téma felvetését és a róla folytatott beszélgetéseket. A kutatást a KEP-6/2017 projekt és az NKFIH K120254 számú pályázata támogatta.

¹ P. Biró, W. Kern, D. Pálvölgyi, D. Paulusma: Generalized Matching Games for International Kidney Exchange, AAMAS 2019.

Kiosztási módszerek az erőforráselosztásban

KÓCZY Á. LÁSZLÓ ^{a, b}, KOLTAI TAMÁS ^B, SZIKLAI BALÁZS ^{a, c},
TAMÁS ALEXANDRA ^b

^a MTA Közgazdasági és Regionális Tudományi Kutatóközpont

^b BME Gazdaság- és Társadalomtudományi Kar

^c Corvinus, Közgazdaságtudományi Kar Email: koczy@krtk.mta.hu

Ha szempont az erőforrások hatékony felhasználása, ez különösen igaz az emberi erőforrásra. Egy sok részegységből álló fiókhálózattal rendelkező szervezetet vizsgálunk, mely egy adott számú, a részegységek között

kiosztott státusszal működik. Ezen részegységek relatív hatékonyságát DEA módszerek (Data Envelopment Analysis (DEA) segítségével vizsgáljuk. Hogyan győzzük le a hatékonyságbeli különbségeket, ha az erőforrások korlátozottak? Minőségbiztosítási megfontolásból az egy dolgozóra eső feladat mennyiségét minimalizáljuk lexikografikusan. Megadunk egy hatékony algoritmust az optimális allokáció meghatározásához, majd az eredményt egy újabb DEA elemzéssel validáljuk: a hatékonysági mérőszámok egy szintre kerülnek. Feltárjuk a modell kapcsolatait a körzetkiosztási irodalommal. Utóbbi elsősorban a választási körzetek különbözőadminisztratív, vagy földrajzi egységek közötti arányos szétosztásával foglalkozik.

A leírt módszert a Magyar Államkincstár 19 megyei igazgatóságának illetményszámfejtő-helyeinek adataival illusztráljuk. Ismerve az egyes igazgatóságok sztenderdizált munkamennyiségét havi bontásban, az illetményszámfejtőket a legterheltebb hónapok munkamennyiségének alapján osztjuk ki. Az újraosztás után a legalacsonyabb hatékonyság 60%-ról 90% felé nő.

Köszönetnyilvánítás: A szerzők szeretnék megköszönni Mészáros Józsefnek és Lengyel Ferenčnének a MÁK adatait. A tanulmány alapjául szolgáló kutatást az Emberi Erőforrások Minisztériuma által meghirdetett Felsőoktatási Intézményi Kiválósági Program támogatta, a Budapesti Corvinus Egyetem 'Pénzügyi és Lakossági Szolgáltatások' tématerületi programja (1783-3/2018/FEKUTSTRAT és 20764-3/2018/FEKUTSTRAT) keretében.

Nemklasszikus korrelációk Bayes-i játékokban

KONIORCZYK MÁTYÁS^a, BODOR ANDRÁS^a, PINTÉR MIKLÓS^b

^aPécsi Tudományegyetem Természettudományi Kar Matematikai és
Informatikai Intézet
kmatyas@gamma.ttk.pte.hu

^bBudapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Differenciálegyenletek
Tanszék

Egy Bayes-i játék korrelált egyensúlyának vizsgálata szempontjából érdekes kérdés, hogy milyen kommunikációs erőforrás szükséges egy adott egyensúly eléréséhez. A játékosok koordinálására használt eszközök tekintetében többféle feltevessel élhetünk. Léteznek olyan fizikailag is megvalósítható eszközök, amelyek nem modellezhetők előzetesen megosztott korrelált véletlen változókkal, és annak ellenére biztosítanak azoknál hatékonyabb koordinációt, hogy a játékosok közti kommunikációt nem teszik lehetővé. Az elmúlt évek felismerése, hogy az ilyen korrelációk vizsgálata, amely a fizikában a „kvantummechanikai nemlokális” tárgykörébe tartozik, szoros összefüggésben áll a Bayes-i játékok elméletével. A bemutatott kutatás is ebbe a vonalba illeszkedik. Az előadásban részletesebben elemzünk néhány érdekesebb játékot a fenti szempontok alapján. Emellett eljárást adunk nemlokális illetve kvantum előnnyel rendelkező játékok konstruálására.

Köszönetnyilvánítás: A kutatást az NKFIH K124631 és K124351 számú pályázatai támogatták.

Fogyasztói modellek identifikációja energiahálózatok keresletoldali szabályozásához

KOVÁCS ANDRÁS

EPIC Termelésinformatikai és Termelésirányítási Kiválósági Központ,
MTA SZTAKI
kovacs.andras@sztaki.mta.hu

Az energiahálózatok keresletoldali szabályozásához használt játékelméleti modellek általában azt feltételezik, hogy az energia kereskedő tökéletesen ismeri a fogyasztók döntési modelljét, amely alapján azok meghatározzák a fogyasztásukat. Ez a feltevés a gyakorlatban nyilvánvalóan nem tartható. Ugyanakkor a historikus adatok értékes információt tartalmaznak a fogyasztók viselkedéséről, pl. időben változó energiatarifa esetén a kereslet rugalmasságáról. Az előadás azt vizsgálja, hogy ilyen történeti adatokból hogyan rekonstruálható a fogyasztó döntési modellje. Feltételezve, hogy egy, az irodalomban gyakran használt formális matematikai modell elfogadható pontossággal írja le a fogyasztó viselkedését, inverz optimalizáláson és ismételt lineáris programozáson (successive linear programming, SLP) számítási módszert javasolunk a modell paramétereinek meghatározására. Az általános megközelítést egy tipikus fogyasztói modellen szemléltetjük, amelyben egy fogyasztónak több vezérelhető terhelése van egy közös okosmérő mögött. A kezdeti kísérletek eredményein túl jövőbeli kutatási irányokat is mutatunk.

Köszönetnyilvánítás: A kutatást az „Kutatások az ipari digitalizáció által nyújtott potenciál minőségi kiaknázására” című ED_18-2-2018-0006 pályázat és az „Optimalizálás Fenntartható Ellátási Láncokban” tárgyú SNN 129178 pályázat tette lehetővé. A szerző köszönetet nyilvánít a Bolyai Ösztöndíj támogatásáért.

Cseresznyefa kopulák – új lehetőségek magasabb dimenziós kopulák modellezésére

KOVÁCS EDITH, SZÁNTAI TAMÁS

BME Differenciálegyenletek Tanszék

kovacsea@math.bme.hu

szantai@math.bme.hu

A többdimenziós eloszlások modellezése fontos kiinduló pontja különböző területeken folyó kutatásoknak: pénzügyek, biológia, gépitanulás, orvostudomány, optimalizálási feladatok scenárió generálására, stb. Az utóbbi években felismerték, hogy a kopulák ezen a téren is hatékonyan használhatók fel. A kopula függvény segítségével lehetőség nyílik a valószínűségi változók közötti összefüggések és a peremeloszlások modellezésének a különválasztására. Egy másik fontos tulajdonságuk, hogy különböző fajta extrém összefüggések is modellezhetők általuk. Magasabb dimenziós sűrűségfüggvények modellezésére viszont egy kopulafajta használata túl megszorító, mivel kevés paraméter határozza meg. Ennek a problémának a kezelésére bevezették a vine-kopulákat. A vine-kopulák képesek perempáronként különböző típusú összefüggéseket is modellezni. A probléma az, hogy a rugalmasságukkal együtt jár a komplexitásuk növekedése is. A dimenzió növekedésével nagyon gyorsan megnő a paraméterek száma is. Ennek a problémának a kezelésére bevezették az úgy nevezett truncated vine kopulákat. Bebizonyítottuk, hogy ezek speciális esetei az általunk bevezetett cseresznyefa kopuláknak. A cseresznyefa kopulák modellezésével egy új irányt, új módszert adtunk a többdimenziós kopulák modellezésére, amely egyrészt rugalmasan tud modellezni egyidejűleg többfajta összefüggést, másrészt pedig hatékonyan számolható, mivel képes alacsony (megkötött) szinten tartani a paraméterek számát. Példákon illusztráljuk a módszerünket.

Irodalom:

- [1] K. Aas, C. Czado, A. Frigessi, and H. Bakken, Pair-copula constructions of multiple dependence, *Insur. Math. Econ.*, 44, 182–198, (2009).
- [2] E.C. Brechmann, C. Czado and K. Aas, Truncated regular vines in high dimensions with applications to financial data, *Canadian Journal of Statistics*, 40(1), 68–85, (2012).
- [3] E. Kovács and T. Szántai, Hypergraphs in the characterization of regularvine copula structures, in: *Proceedings of the 13th International Conference on Mathematics and its Applications*, held in Timisoara, Romania, 335–344, (2012).
- [4] E. Kovács and T. Szántai, On the connection between cherry-tree copulas and truncated R-vine copulas, *Kybernetika*, 53(3), 437-460, (2017).

Egyedi mintázatú (g, f) -faktorok

KRÉSZ MIKLÓS ^{a, b}

^a Szegedi Tudományegyetem
kresz@jgypk.szte.hu

^b InnoRenew CoE & UP IAM

A párosítások elméletének klasszikus általánosítása a (g, f) -faktorok koncepciója, mely a következőképp definiálható. Adott egy G irányítatlan gráf, valamint a g és f nemnegatív függvények, melyek a G csúcsain értelmezettek és érvényes rájuk a $g(v) \leq f(v) \leq \deg_G(v)$ egyenlőtlenség, ahol \deg_G a csúcsok G -beli fokszámát reprezentálja. Egy (g, f) -faktor alatt a G egy olyan H részgráfját értjük, melyre $g(v) \leq \deg_H(v) \leq f(v)$ minden v csúcs esetén. A G gráf egy adott H (g, f) -faktorának egyik fő jellemzője az úgynevezett *fokszám-mintázat*, amely a G -beli csúcsok fokszámának egy olyan \mathbf{p}_H vektora, ahol a csúcsok sorrendje előre rögzített. Egy H (g, f) -faktort egyedi mintázatúnak vagy egyedileg korlátozottnak (uniquely restricted) nevezünk, ha bármely más (g, f) -faktor esetében a fokszám-mintázat \mathbf{p}_H -től különböző.

A fenti koncepciót eredetileg a párosításokra definiálta M. C. Golumbic, T. Hirst és M. Lewenstein 2001-ben és egyben megmutatták, hogy a maximális egyedi mintázatú párosítás megtalálása NP-nehéz. Ennek köszönhetően az utóbbi évek intenzív kutatása főként speciális esetek vizsgálatára koncentrált. Más megközelítést alkalmazott Levit and E. Mandrescu egy 2003-as publikációjukban, melyben felvetették, hogy polinomiális időben eldönthető-e egy adott G gráf esetén, hogy az összes maximális párosítása egyedi mintázatú-e. A fenti kérdésre Penso et al adott a közelmúltban pozitív választ¹.

Jelen előadásban bemutatjuk, hogy a fenti eredmény a (g, f) -faktorokra is kiterjeszhető, valamint megmutatjuk, hogy ebben az esetben a (g, f) -faktorok száma is polinomiális időben meghatározható.

Köszönetnyilvánítás: Jelen kutatást a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal az SNN-117879 sz. pályázatával támogatta. A szerző köszönetet mond az Európai Bizottságnak az InnoRenew CoE projekt (Pályázati azonosító: #739574) támogatásáért, mely a Horizont 2020 Widespread Teaming programjának keretében kerül megvalósításra.

¹ LD Penso, D Rautenbach, U dos Santos Souza, Graphs in which some and every maximum matching is uniquely restricted, Journal of Graph Theory (2018) **89**, pp. 55-63.

Gráf alapú dimenzióredukciós heurisztikák részvénypiaci korrelációs mátrixokra

LONDON ANDRÁS, GERA IMRE

Szegedi Tudományegyetem Számítógépes Optimalizálás Tanszék
london@inf.u-szeged.hu

Az elmúlt évek során számos munkában foglalkoztak a részvénypiaci hozamok záróáraitól képzett kovariancia-, illetve korrelációs mátrix vizsgálatával, mely egyrészt a Markowitz portfólió modell egy központi eleme, másrészt pénzpiacok elemzésének fontos eszköze. Az előadásban kétféle – nevezetesen egy, a véletlen mátrixok elméletén (RMT) alapuló, illetve egy hierarchikus klaszterezést használó – megközelítést és azok különböző változatait mutatjuk be. Elemzéseinkben bootstrap Monte-Carlo kísérleteken keresztül vizsgálunk valós adatsorokat. Az összeállított portfóliókat különböző teljesítménymutatók, valamint a realizált hozam és kockázat segítségével hasonlítjuk össze. Kiterünk további, hálózatelemzésen alapuló módszerek lehetséges alkalmazásaira és bemutatjuk kezdeti eredményeinket is.

Köszönetnyilvánítás: Jelen kutatást a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal az SNN-117879 sz. pályázatával támogatta.

A többváltozós Denton-módszer továbbfejlesztése többcélfüggvényű optimalizálás alkalmazásával

LOVICS GÁBOR

Központi Statisztikai Hivatal
gabor.lovics@ksh.hu

Az időbeli szétosztási technikákat a hivatalos statisztikában akkor alkalmazzuk, ha bizonyos adatforrások csak ritkán – például évente egyszer – állnak rendelkezésre, de ennél gyakrabban – például negyedévente – szeretnénk becslést adni a gazdaság vagy a társadalom valamelyik aspektusára. Az előadásom elsőfelében rövid áttekintést adok ezekről a problémákról, és a jelenleg legelterjedtebb megoldási eljárásokról.

Részletesen az úgynevezett többváltozós benchmarking problémát mutatom be. Ebben az esetben egyszerre több, egymással kapcsolatban lévő idősorra teljesül, hogy készül róluk gyakori (például negyedéves) de kevésbé pontos, és időben ritkább (például éves), de jobb minőségű becslés.

Ilyen esetekben a gyakoribb becslések időbeli aggregálása nem adja ki a ritkább becslést. A cél, hogy a kétféle eljárásból adódó különbségeket úgy szüntessük meg valamennyi időszornál egyidejűleg, hogy közben továbbra is fennálljanak a közöttük lévő összefüggések, és amennyire csak lehet, őrizzük meg a gyakoribb idősorok dinamikáját.

Az eredeti, többváltozós Denton-módszer az egyik legelterjedtebb megoldás erre a problémára. Ez az eljárás, egy konvex, kvadratikus optimalizálási feladat lineáris korlátok mellett. Az eredeti eljárás során a célfüggvény, több célfüggvény összegéből adódott. Az előadás főcélja bemutatni, hogy a célfüggvények összege helyett, hogyan lehet az összes célfüggvényt egyszerre minimalizálni, és Pareto-optimális megoldást keresni. Azt is bemutatom, hogy ez a megközelítés statisztikai-alkalmazási szempontból jobb megoldásra vezet, mint az eredeti, egyszerűbb megközelítés.

A Big Match játékról másképpen

MÁGÓ MÁNUEL ^a, PINTÉR MIKLÓS ^b

^a BCE

^b BME és BCE

A Big Match játék (Gillette, 1957) a sztochasztikus játékok elméletének egy alapjátéka. Ismert, hogy a játékban nincs egyensúly, de tetszőleges pozitív epsilon-ra van epsilon-egyensúly (Blackwell és Ferguson, 1968), és az optimális stratégia nem is Markov-i.

Az előadásban a Big Match játékot, mint egy nagy normál formában adott játékot tekintjük, és megvizsgáljuk, hogy annak ellenére, hogy a játék ránézésre nagyon egyszerűnek tűnik, miért is olyan bonyolult.

Az átlagos összefüggő hozzájárulás érték gráf játékokban

MÁGÓ MÁNUEL LÁSZLÓ

Budapesti Corvinus Egyetem, Mikroökonómia Tanszék
manuel.mago@uni-corvinus.hu

A cikkben kooperatív átruházható hasznosságú játékokra fókuszálunk, amikben a játékosok közötti kommunikáció limitálva van. A megszorítás egy gráffal definiáljuk és úgy értelmezzük, hogy csak összefüggőkoalíciók képesek együtt tevékenykedni. A cikkben egy új megoldás kerül bevezetésre, az átlagos összefüggőhozzájárulás érték (average connected contribution value), ami minden játékoshoz az összes lehetséges összefüggőkoalícióban vett hátrhozzájárulásainak átlagát rendeli. Ez az érték sokban hasonlít a megszorított Banzhaf értékre (restricted Banzhaf value) és olyan viszonyban áll vele, mint a gravitációs középpont (gravity center) megoldás a Myerson értékkel. Az átlagos összefüggőhozzájárulás érték csupán az összefüggő koalíciókat használja, míg a megszorított Banzhaf érték minden lehetséges koalíciót számításba vesz. Megmutatjuk, hogy az átlagos összefüggőhozzájárulás érték, a Myerson érték, és a megszorított Banzhaf érték egy általánosabb megoldáscsalád, az erőértékek (power values) tagjai. Egy általános axiomatikus karakterizációt adunk minden erőértékre. A használt axiómák hasonlóak az irodalomból jól ismert axiómákhoz, amiket például a megszorított Banzhaf és Myerson értékeknél használnak. Ezen felül azt is megmutatjuk, hogy abban az esetben ha a kommunikációs gráf teljes, akkor az átlagos összefüggőhozzájárulás érték egybeesik a Banzhaf értékkel. Így tehát az átlagos összefüggőhozzájárulás érték az utóbbi általánosításának tekinthetőgráf játékokra.

Egy új primál-duál algoritmus a Young programozásra

MÁLYUSZ LEVENTE ^a, VARGA ANITA ^b

^a Budapest Műszaki Egyetem,
Építéstechnológia és Építésmenedzsment Tanszék
lmalyusz@ekt.bme.hu

^b Budapest Műszaki Egyetem, Differenciálegyenletek Tanszék

Előadásunkban a Young programozási feladat¹ megoldására egy új primál duál algoritmust mutatunk be. A Young programozás többek között a divergenciaminimalizálás egy matematikai programozási modellje: szeparábilis Bregman függvények minimalizálása lineáris egyenlőtlenségi feltételek mellett, amelynek a mérnöki gyakorlatban is számos alkalmazása ismert. Az eddigi iteratív, úgynevezett row-action algoritmusok konvergenciája vagy a minimalizálandó függvényre vagy a feltételi halmazra tett feltevések teljesülése esetén volt biztosítható. Az általunk adott iteratív eljárás ezen feltételek nélkül is konvergens. Az algoritmust numerikus példákon is bemutatjuk.

¹ P. Kas, E. Klafszky, L. Malyusz, G. Izbirak, Approximation of linear programs by Bregman's DF projections, European Journal of Operational Research 126 (1) (2000) 69-79.

Robusztus döntéstámogatás

MÉSZÁROS CSABA

MTA SZTAKI

meszaros.csaba@sztaki.mta.hu

Döntési feladatokban a kiinduló adatok és a döntési modell paramétereinek bizonytalansága fontos problémákat vet fel. Korábbi munkánkban érzékenységvizsgálati módszereket alkottunk a csoportos, többkritériumú döntési feladatok vizsgálatára, mely aggregálta az adatok és paraméterek intervallumokkal megadott bizonytalanságait és egy intervallumot határozott meg a végső pontszám lehetséges értékeire. Az előadásban ettől eltérően, a bizonytalanságok kezelését a robusztus optimalizálás eszközével közelítjük meg. Ehhez a többkritériumú döntési feladatot lineáris optimalizálási feladattá alakítjuk, majd a keletkezett feladat feltételeit robusztus feltételekként kezeljük. A modell lehetőséget ad a paraméterek és az adatok között további lineáris kapcsolatok leírására, így például a többkritériumú döntési feladatot kiértékeléseit páros, vagy csoportos összehasonlítási eredményekkel is kiegészíthetjük.

A bizonytalanságok leírásához a szokásos intervallumos megközelítés mellett ellipszoidokat is használhatunk, ez esetben a robusztus döntési feladat másodrendű kúpfeltételes optimalizálási feladatként oldható meg. A feladat optimális megoldása minden esetben egy alsó korlát lesz egy-egy alternatíva végső pontszámára, amely a bizonytalanságok csökkentésével a végső döntési pontszámhoz konvergál.

Páros összehasonlításokon alapuló módszer teniszmérkőzések eredményeinek előrejelzésére

MIHÁLYKÓ CSABA, MIHÁLYKÓNÉ ORBÁN ÉVA

Pannon Egyetem, Műszaki Informatikai Kar, Matematika Tanszék,
mihalyko@almos.uni-pannon.hu

A páros összehasonlításokon alapuló módszerek alkalmasak sportolók teljesítményének összehasonlítására. Ha azonban ezen kiértékelések eredményét jövőbeli mérkőzések kimenetelének előrejelzésére szeretnénk használni, akkor célszerű a korábban lejátszott mérkőzések bizonyos jellemzőit – például, hogy időben mikor játszották, hogy milyen pályán játszották stb. – is figyelembe venni. A jellemzők szerint különböző csoportba kerülő mérkőzéseket különböző súlyokkal vehetjük figyelembe, például az időben közelebbi mérkőzéseket célszerű nagyobb súllyal tekintetbe venni, mint a régebbi mérkőzéseket.

Mi a páros összehasonlítások eredményeinek kiértékelésére az általánosított Thurstone módszert használjuk, amely akkor is alkalmas a kiértékelésre, ha nem játszik mindenki mindenkivel¹. Előadásunkban azzal foglalkozunk, hogy hogyan lehet a súlyozást beilleszteni a Thurstone módszerbe és hogyan hatnak a súlyok az előrejelzések pontosságára.

Alkalmazásként a férfi teniszezők világranglistájának élmezőnyébe tartozó játékosok mérkőzéseit értékeljük ki.

Köszönetnyilvánítás: A szerzők szeretnék köszönetet mondani az EFOP-3.6.1-16-2016-00015 projekt által nyújtott anyagi támogatásért.

¹ Éva Orbán-Mihálykó, Csaba Mihálykó: A generalization of the Thurstone method for multiple choice and incomplete paired comparisons. Central European Journal of Operations Research, Volume 27, Issue 1, pp 133–159 (2019)

A Thurstone módszer általánosítása esetleges előnyök figyelembe vételére

MIHÁLYKÓNÉ ORBÁN ÉVA, MIHÁLYKÓ CSABA

Pannon Egyetem, Műszaki Informatikai Kar, Matematika Tanszék,
orbane@almos.uni-pannon.hu

Páros összehasonlításokon alapuló módszerek alkalmasak objektumok rangsorolására. Az egyik gyakran alkalmazott módszer a Thurstone módszer. Ez azon alapul, hogy a kiértékelendő objektumok mögé látens valószínűségi változókat képzelünk, s a valószínűségi változók értékeit bizonyos kategóriákba (pl. sokkal jobb, jobb, egyforma, rosszabb, sokkal rosszabb) soroljuk. Ezeknek a kategóriáknak Thurstone modelljében egymást kizáró intervallumok feleltethetők meg.

Ha azonban például sakkozót értékelünk, akkor az eredményt jelentősen befolyásolhatja az, hogy ki a kezdő játékos. Egy világos győzelemnek megfeleltetett intervallum azonban célszerű, hogy magába foglalja a sötét győzelmének megfeleltetett intervallumot is, így ebben a modellben az egyes eredményeknek megfeleltetett intervallumok nem diszjunktak.

Előadásunkban megmutatjuk a Thurstone módszer általánosítását erre az esetre és feltételt mutatunk a maximum likelihood becslés egyértelműségére. A módszert a 2011. évi sakkcsapat Európa-bajnokság eredményeire alkalmaztuk.

Köszönetnyilvánítás: A szerzők szeretnének köszönetet mondani az EFOP-3.6.1-16-2016-00015 projekt által nyújtott anyagi támogatásért.

Nehéz leszámhlálási problémák, amiket könnyű approximálni

MIKLÓS ISTVÁN ^{a, b}

^a Rényi Intézet, 1053 Budapest, Reáltanoda u. 13-15
miklos.istvan@renyi.mta.hu

^b SZTAKI, 1111 Budapest, Lágymányosi u. 11

Ebben az előadásban olyan problémákról fogunk beszélni, amelyek komputációsan nehezek, ha egzakt megoldást szeretnénk, viszont polinom időben nagyon jól approximálhatóak random algoritmussal. Nevezetesen, ezek a problémák a #P-teljes és az FPRAS metszetében vannak. A #P bonyolultság-elméleti osztály azon leszámhlálási problémákat tartalmazza, amelyek az NP-beli problémák tanúi számát kérdezik meg. Egy probléma #P-teljes, ha #P-beli és #P-nehéz, ahol a nehézség a szokásos Karp-redukcióval van definiálva. Az FPRAS a teljesen polinomiális randomizált approximációs séma (Fully Polynomial Randomized Approximation Scheme). Az FPRAS-beli leszámhlálási problémákra létezik olyan random algoritmus $\varepsilon, \delta > 0$ paraméterekkel, amely egy random \hat{f} becslést ad az f valódi megoldásra, úgy, hogy a

$$P\left(\frac{f}{1+\varepsilon} \leq \hat{f} \leq f(1+\varepsilon)\right) \geq 1-\delta$$

egyenlőtlenség teljesül. Továbbá az algoritmus futási ideje $O(\text{poly}(|x|_{\frac{1}{\varepsilon}}, -\log(\delta)))$, ahol $|x|$ jelöli a feladat méretét.

Meglepő módon, a #P-teljes és az FPRAS osztályok metszete nem üres, de ebből nem következik az, hogy minden #P-beli problémára létezik FPRAS. Ez kontrasztban áll Papadimitriou közismert tételével a nehéz döntési problémák random approximációjáról, mely azt mondja ki, hogy ha az NP-teljes és a BPP osztályok metszete nem üres, akkor abból következne, hogy $RP = NP$.

Az előadásban olyan problémákra fókuszálunk, amelyek a kombinatorikus optimalizáláshoz kapcsolódnak, mint pl. a knapsack és politópok bizonyos tulajdonságainak a kiszámolása. Úgyszintén külön hangsúlyt kapnak a bioinformatikához kapcsolható leszámhlálási és mintavételezési problémák is.

Köszönetnyilvánítás: A kutatást az NKFIH támogatta 126853 pályázati számmal.

S-gráf alapú ütemező algoritmus párhuzamos hozzárendelést megengedő feladatokhoz

MOLNÁR GERGŐ^a, HEGYHÁTI MÁTÉ^b

^aSzéchenyi István Egyetem

^bSzéchenyi István Egyetem
hegyhati.work@gmail.com

Az S-gráf módszertan elsőalgorithmusai gyártási időminimalizálási feladatokhoz lettek kifejlesztve. Termelt mennyiség időkorláton belüli maximalizálására Majozsi és Friedler dolgoztak ki egy keretalgorithmust¹, mely diszkrétizált gyártási mennyiségek időkorláton belüli megvalósíthatóságának ellenőrzésén alapszik. A javasolt algoritmus garantálja az optimális megoldást, s a publikálása óta több gyorsító eljárás is született hozzá.

A módszer egyik alapvetőfeltételezése, hogy a gyártási receptben található feladatok végrehajtásával egy jól meghatározott mennyiség áll elő a végtermékből, melyre a szakirodalom batch méretként hivatkozik. Bár sok esetben ez a feltételezés megállja a helyét, van, amikor megengedett különbözőkapacitású berendezések hozzárendelése egyazon feladathoz, akár egyszerre is, mely döntések a batch méretét befolyásolhatják. Ilyen feladatok megoldása korábban csak egy előfeldolgozó lépés beiktatásával volt megoldható az S-gráf módszertanon belül, mely szisztematikusan generálta a különböző hozzárendelésekhez tartozó receptgráfokat és gyártási mennyiségeket.

Egy olyan új algoritmust dolgoztunk ki az S-gráf keretrendszerhez, amely lehetővé teszi több berendezés egyidejű hozzárendelését a feladatokhoz. A módszer segítségével egy szinten kerül eldöntésre a feladatok ütemezése és a gyártási mennyiségek, figyelembe véve a berendezések kapacitását. A megoldás hatékonysága összehasonlításra került a korábbi módszerek és gyorsítások teljesítményével szemben.

¹ T. Majozsi, F. Friedler: Maximization of Throughput in a Multipurpose Batch Plant under a Fixed Time Horizon: S-graph Approach, 45(20), 6713–6720, (2006).

Egy egészértékű programozási modell a budapesti buszvezető-hozzárendelési feladatra

MORAPITIYE SUNIL, ILLÉS TIBOR

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
sunil@math.bme.hu

A tömegközlekedés optimalizálása napjaink igen aktuális problémája, hiszen jelenleg történik az áttérés a kézi, matematikát mellőzőtervezésről az automatizáltságra, az optimális, vagy közel optimális megoldás elérése érdekében. Manapság már elegendően jó modellek, illetve elég számítási kapacitás áll rendelkezésünkre ahhoz, hogy ezt a problémát matematikai értelemben hatékonyan oldjuk meg, ahol hatékonyság alatt elfogadható futási időt, és az eddiginél jobb célfüggvényértéket értünk.

A szakirodalomban számos különböző modell található, viszont ezek nagy többsége egy általános buszvezető-hozzárendelési feladatot old meg, figyelmen kívül hagyva az adott országra/városra/cégre vonatkozó további szempontokat, amiket egy, a gyakorlatban is használható modellnek ki kellene elégítenie.

Azon cikkek, melyek ténylegesen figyelembe veszik az ilyen jellegű szabályokat – legjobb tudomásunk szerint – valamilyen generálással (pl. megengedett műszakok, oszlopgenerálással) készítik a megengedett megoldást. Ezen módszerek elméleti hátránya a generálásnál alkalmazott heurisztika, de vitathatlan a módszer gyakorlati használhatósága.

Ezen előadásban bemutatásra kerül egy gyakorlatban is használható, generálást mellőző, a problémát egzakt módon leíró, budapesti szabályokat ki-elégítő egészértékű modell, mely megadja egyetlen vonalra az optimális (vagy közel optimális) megoldásokat.

Köszönetnyilvánítás: A szerzők köszönettel tartoznak egyrészt Szijártó Lajosnak, a T-Systems Magyarország Zrt. munkatársának a segítségéért, aki a valós adatokat és a szükséges konzultációt biztosította, másrészt a HU-MATHS-IN EFOP-3.6.2-16-2017-00015 pályázati támogatásért.

Vágóhídi belső ellátási lánc optimalizálása

NAGY LAJOS ^a, CSIPKÉS MARGIT ^b

^a Debreceni Egyetem Gazdaságtudományi Kar Kutatásmódszertan és
Statisztika Tanszék
nagy@econ.unideb.hu

^b Debreceni Egyetem Gazdaságtudományi Kar Kutatásmódszertan és
Statisztika Tanszék

A modellalapú folyamat megközelítések az utóbbi harminc évben az élelmiszeriparban is egyre inkább a fókuszba kerültek¹, bár például a vegyiparhoz képest, ahol a modellezés a tudományos és technikai fejlesztés szerves része az élelmiszeriparban megközelítőleg két évtizedes hátrány figyelhető meg². A hátrány oka, hogy az élelmiszerrendszerek időbeli, biológiai, kémiai és gazdasági összetettsége megnőtt időben és térben egyaránt³.

Kutatásunkban egy hazai húsipari vágó- és feldolgozó üzem szűkített ellátási láncát modellezzük. A lánc fő elemei: élő állat érkeztetés, vágás, darabolás, feldolgozás, tárolás, csomagolás, kommissiózás, expediálás. A láncban szereplő folyamatok bonyolultsága és jellege és célja eltér egymástól. A vágási folyamat push jellegű, itt leginkább a hatékonyságra, az átbocsátó képességre helyeződik a hangsúly, a műveleti elemek a beérkező alapanyag függvényében viszonylag állandóak. A végtermék a bőrös vagy húzott félsertés, amely részben darabolásra, részben értékesítésre kerül. A darabolás és a feldolgozás összetettebb, amit nem csak a termékek változatossága és a helyettesítő alapanyagok sokszínűsége okoz, hanem az átfutási idők közötti (akár több hónapos) eltérések is. Mind a darabolási, mind a feldolgozási folyamatot nagyobb részben a vevői igények determinálják, ezért itt egy pull típusú folyamat zajlik.

Bemutatunk egy olyan dinamikus lineáris programozási modellt, amelyben a teljes láncot egy időben optimalizáljuk, figyelembe véve a gépi és humán erőforrás korlátokat, a speciális gyártásközi és végtermék gyártási kapacitásokat és az élelmiszeriparban alapvető szavatossági időket.

¹ J.R. Banga, E. Balsa-Canto, A.A. Alonso: Quality and safety models and optimization as part of computer-integrated manufacturing. *Comprehensive reviews in food science and food safety*, 7, 168-174 (2008)

² N. Perrot, I. Trelea, C. Baudrit, G. Trystram, P. Bourguine: Modelling and analysis of complex food systems: State of the art and new trends. Elsevier, 2011, 22 (6), pp.304 – 314. (2011)

³ G. Gamboa, Z. Kovacic, M. Di Masso, S. Mingorria, T. Gomiero, M. Rivera-Ferré, M. Giampietro: The Complexity of Food Systems: Defining Relevant Attributes and Indicators for the Evaluation of Food Supply Chains in Spain. *Sustainability*, 8, 515. (2016)

Tevékenységi láncok optimalizálásának egy modellje

NASZVADI PÉTER

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
vuk@math.bme.hu

Új, érdekes problémákat vet fel napjainkban az elektronikus személyi titkárok megjelenése. Egy, remélhetőleg közeljövőben már standard funkcionalitásuk lesz, hogy megtervezik a felhasználó adott napi tevékenységek sorrendjét, és többféle szempont szerint felkínálnak egy portfóliót.

Az Esztergár-Kiss et. al Activity Chain publikációsorozatának folytatásaként egy modellalkotási folyamat es implementáció tulajdonságai kerülnek bemutatásra, a jövőben várható fejlődési irányokkal együtt. Többek között klasszifikáljuk a modellezett problémát, mint a korábbról ismert utazó ügynök probléma (TSP), utazó politikus probléma (TPP) es időablakos változataik (pl. TSP-TW)-vel való összefüggéseket keresve. Saját MILP modell implementáció futtatási eredményeit is tartalmazza az előadás.

Robotikus gyártócellák ciklikus ütemezése S-gráf módszertannal

PAPP ÁDÁM, ŐSZ OLIVÉR, HEGYHÁTI MÁTÉ

Széchenyi István Egyetem
adam.papp.work@gmail.com

Napjainkban a technológia fejlődésének és az Ipar 4.0 térhódításának köszönhetően egyre nagyobb szerepet játszik az automatizálás és az informatika az ipari gyártórendszerekben. Így a robotikus gyártócellákat egyre szélesebb körben alkalmazzák, amelyek a nyersanyagot vagy félkész terméket megmunkáló berendezésekből, a munkadarabokat mozgó ipari robotkarokból, valamint bementi és kimeneti tárolókból állnak. Legtöbbször olyan környezetben használatosak, ahol folytonos tömegtermelés zajlik, így a leggyártható mennyiségek állandók.

A gyártócellák hosszútávú ütemezését gyakran egy rövidebb, ismétlődő ütemezés – azaz ciklus – meghatározására egyszerűsítik. A robotikus gyártócellák ciklikus ütemezése során a cél: egy cikluson belül meghatározni a robot mozgásának egy olyan ütemezését, amely esetén a gyártásra vonatkozó korlátozások nem sérülnek és az elért profit valamint a ciklusidőhányadosa maximális. A nemlineáris optimalizálás nehézségeinek elkerüléséért sok módszerben viszont a gyártási mennyiséget rögzítettnek tekintik, és így minimalizálják a ciklusidőt.

Munkánk során a fenti ütemezési feladatostályt elemeztük, és különböző paraméterek figyelembe vételével azonosítottuk a legfontosabb alproblémaosztályokat. Modelleztük őket az S-gráf módszertannal, mint többféle feladatostályra sikeresen alkalmazott kombinatorikus módszerrel. Emellett a problémára több, közelmúlt-béli, szakirodalomban fellelhető MILP modellt implementáltunk. Végül a különböző módszereket és modelleket hasonlítottuk össze tudásuk és hatékonyságuk alapján.

Köszönetnyilvánítás: Munkánk az Emberi Erőforrások Minisztériuma ÚNKP-18-1 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának támogatásával készült.

Nulla-egy lineáris program vegyes értékű relaxációja

PATASSY PATRIK ^a, KARDOS DÓRA ^b, SZABÓ SÁNDOR ^c, ZAVÁLNJI BOGDÁN ^d

^a Szegedi Tudományegyetem
p.patrik08@outlook.com

^b Szegedi Tudományegyetem

^c Matematikai és Informatikai Intézet, PTE, TTK

^d Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet, Magyar Tudományos Akadémia

A maximum klikk probléma egyik variánsa egy adott gráf egy legnagyobb méretű klikkjének azonosításából áll. Ismert, hogy ez egy NP nehéz feladat. Az alkalmazások szempontjából fontos, nagy számítási igényű optimalizálási feladatról van szó. A maximum klikk probléma és variánsai az alkalmazott diszkrét matematika és operációkutatás fontos feladatát képezik. A konfliktus gráfon értelmezett klikk feladat mint segédprobléma megjelenik egyes pakolási illetve egészértékű LP problémákban, továbbá lehetséges ütemezési feladatokat – órarend vagy akár jobshop feladatok – maximum klikk feladatra visszavezetni.

Az előadásban azzal a kérdéssel foglalkozunk, hogy a lineáris programozás kidolgozott eszközei milyen segítséget nyújtanak nem triviális klikk problémák kezelésében. Diszkrét döntési változók bevezetésével a probléma megfogalmazható lineáris programként is. A maximum klikk probléma megoldására vannak csak kombinatorikai megfontolásokat alkalmazó eljárások is. Mindkét megközelítés lehetőséget kínál a gráf klikk számának felsőbecslésére. A módszerek összevetésére az teremt lehetőséget, hogy a LP folytonos relaxálásából adódó felsőbecslést a kombinatorikus alapú algoritmus mekkora ráfordítással éri el.

A diszkrét változós lineáris program folytonos relaxáltja becslést ad a diszkrét program optimumára. Az előadásban azzal a lehetséges megközelítéssel kísérletezünk, hogy a változók egy csoportját folytonosnak, míg a változók egy másik csoportját diszkrétnek tekintjük. Ezzel egyfelől szorosabb becslést kapunk, másfelől bizonyos esetekben kaphatunk optimális megoldást is anélkül, hogy minden változót diszkrét értékre kényszerítenénk. A numerikus kísérletek során a változtatható faktorok nagy számával szembesülünk. Nem fogjuk használni a kísérlettervezés statisztikai módszereit, de az általánosan alkalmazott teszt problémákat használjuk. A numerikus kísérletek eredményeit táblázatokban foglaljuk össze.

Köszönetnyilvánítás: Kardos Dóra és Patassy Patrik jelen kutatását az EFOP-3.6.3-VEKOP-16-2017-00002 sz. pályázat támogatja. Szabó Sándor és Zaválnji Bogdán kutatását a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal az SNN-117879 sz. pályázatával támogatta.

Formula-1 rangsorok játékelméleti megközelítéssel

PETRÓCZY DÓRA GRÉTA

Budapesti Corvinus Egyetem, Befektetések és Vállalati Pénzügy Tanszék
doragreta.petroczy@uni-corvinus.com

A Formula-1 (magyarul rendszerint Forma-1, rövidítve F1) az egyik leg-rangosabb nemzetközi autóverseny. Évente többmilliárd dolláros bevételt eredményezőiparág, amelyet csak a labdarúgó-világbajnokság és a nyári olimpia előz meg a televízió-közvetítések terén. A világbajnokság sorrendjét kialakító pontrendszer fontosságát a Formula-1 bajnokság szervezői is felismerték, a futamsorozat kezdetétől, 1950-től kezdve több alkalommal finomítottak rajta. Ezek jó része azonban esetleges, többnyire az előzőévi(ek)ben született visszás eredményekre adott válasz. Például 2014-ben az utolsó futam eredményeit kétszeres súllyal vették figyelembe, hogy így növeljék a szezon végének nézettségét. Ezt a szabályt népszerűtlensége miatt már a következőévadban megszüntették. A korábbi kutatások ökonometriai módszerekkel próbálták megállapítani, hogy ki a legjobb versenyző, kiszűrve a csapathatást. Ezek a módszerek főleg azoknak a pilótáknak az összehasonlítására alkalmasak, akik ugyanabban a csapatban versenyeztek karrierük során. Azonban a pilóták kiválasztása nem véletlenszerű, az eredményes csapatoknak sikerül szerződtenniük a legjobb pilótákat. A céloom páros összehasonlítás mátrixok segítségével rangsorolni olyan versenyzőket, akik közvetlenül sosem versenyeztek egymás ellen, ekként felállítva egy Forma-1 örökranglistát.

Köszönetnyilvánítás: A kutatást az Emberi Erőforrások Minisztériuma ÚNKP-18-3 kódszámú Új Nemzeti Kiválósági Programja támogatta.

Időben előrehaladó algoritmus beosztástervezési problémák megoldására

PINTÉR BENEDEK ^a, KÓVÁRI BENCE ^b

^{a, b} Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Automatizálási és Alkalmazott Informatikai Tanszék

^a bndkpntr@outlook.com

^b kovari@aut.bme.hu

A munkaidő-beosztás tervezés automatizálásának nehézségét az adja, hogy rengeteg különféle, egymásnak gyakran ellentmondó követelmény mentén kell megkeresni a lehető legkevesebb megszegéssel járó megoldást, ahol az állapotter nagysága a követelmények számához képest exponenciálisan növekszik¹. Az elkészítendő beosztás felé különböző követelményeket támaszt mind a munka törvénykönyve, mind a munkáltató és a munkavállaló. Az általános, mesterséges intelligencia alapú módszerek – így a területen gyakran használt genetikus algoritmus – a nagyobb állapotterek esetében már nem képes értékelhető megoldást adni². A probléma egyik lehetséges megoldását a heurisztikus algoritmusok jelentik. Ezen belül is az időben előrehaladó algoritmusok használata, amik a tervezési időszakon végighaladva készítik el a beosztást³. A megoldás egyik kihívása, hogy hogyan lehet az igényeknek megfelelő beosztást megtalálni azon követelmények esetében, amelyek az éppen készülő beosztástól függenek. Cserébe viszont garanciát lehet vállalni mind a futásidőre, mind az elkészült beosztás minőségére, szemben a mesterséges intelligencia alapú megközelítésekkel. Előadásomban egy időben előrehaladó algoritmust mutatok be, illetve javaslatot teszek technikákra, melyekkel javítható az algoritmus futásideje és pontossága.

Köszönetnyilvánítás: The research has been supported by the European Union, co-financed by the European Social Fund (EFOP-3.6.2-16-2017-00013, Thematic Fundamental Research Collaborations Grounding Innovation in Informatics and Infocommunications).

This work was performed in the frame of FIEK_16-1-2016-0007 project, implemented with the support provided from the National Research, Development and Innovation Fund of Hungary, financed under the FIEK_16 funding scheme.

¹ B. Detienne, L. Péridy, É. Pinson, D. Rivreau: Cut generation for an employee timetabling problem, *European Journal of Operational Research*, 197, 1179 (2009)

² M. Gröbner, P. Wilke: Optimizing Employee Schedules by a Hybrid Genetic Algorithm, *Applications of Evolutionary Computing*, 471 (2001)

³ P. Franses, G. Post: Personnel Scheduling in Laboratories, *Practice and Theory of Automated Timetabling IV*, 116 (2003)

Lineáris egyenletrendszer konzisztenciájának kombinatorikai jelentései

PLUHÁR ANDRÁS

SZTE, Számítógépes Optimalizálás Tanszék
pluhar@inf.u-szeged.hu

A lineáris algebra sokszor, így tulajdonképpen nem váratlanul, megjelenik kombinatorikai állítások bizonyításában. Mi több, motiválhatja is új kérdések feltételét. Kis túlzással bármely lineáris algebrai eredmény átírható kombinatorikai formára.

A jelen előadás célja az $Ax=b$ egyenletrendszer konzisztenciájára vonatkozó tétel kombinatorikus következményeinek feltárása. $Ax=b$ (tetszőleges test felett) megoldhatatlan akkor és csak akkor, ha létezik olyan y vektor, amelyre $yAx=0$ és yb nem nulla.

A fenti karakterizáció néhány következménye (2-elemű test felett):

Kőnig tétel (gráf kétrészes akkor és csak akkor, ha nincs páratlan zárt séta benne). Értelmezhető a Kőnig tétel duálisa is: mikor van G gráfnak olyan feszítő részgráfja, amely minden pont páratlan fokszámú?

Harary tétel (előjeles gráf kiegyensúlyozott, ha nincs benne negatív kör). Ez szintén dualizálható, az alábbi módon: Adott G gráfra $V(G)$ az A és B uniója. Mikor van G -nek olyan feszítő részgráfja, amely A pontjaiban páratlan, míg B pontjaiban páros fokszámú?

A nyaklánc problémában n -féle egyenként páros számú követ kell elosztani egyenlően két részre legfeljebb n vágással. Ez a Borsuk-Ulam tétel szerint lehetséges, nem konstruktív megoldást ad. A speciális eset, ha minden kőből két darab van az ún. paint shop probléma. (A vágások számának a minimalizálása NP-nehéz feladat, Epping és társai.) Itt a konzisztencia szerint elég n vágás, a Gauss elimináció gyors megoldást ad.

Hasonló eredményeket kapunk, ha egy fán helyezük el a követeket. Az általános eset, azaz amikor egy fán helyezünk el n -féle követ (mindegyikből páros sokat téve) nehéznek tűnik. A sejtésünk szerint $nd/2$ felső egész rész vágás elég lehet.

Köszönetnyilvánítás: Jelen kutatást a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal az SNN-117879 sz. pályázatával támogatta.

Projekt átfutási idő csökkentési költségeinek vizsgálata sztochasztikus környezetben

PUSZTAI LÁSZLÓ ^a, KOCSI BALÁZS ^b, BUDAI ISTVÁN ^c, NAGY LAJOS ^d

^a Debreceni Egyetem Műszaki Kar,
Műszaki Menedzsment és Vállalkozási Tanszék
pusztai.laszlo@eng.unideb.hu

^b Debreceni Egyetem Műszaki Kar,
Műszaki Menedzsment és Vállalkozási Tanszék

^c Debreceni Egyetem Műszaki Kar,
Műszaki Menedzsment és Vállalkozási Tanszék

^d Debreceni Egyetem Gazdaságtudományi Kar,
Ágazati Gazdaságtan és Módszertani Intézet

Egyedi gyártással foglalkozó vállalatnál a termelési folyamat teljes átfutási idejének meghatározása nehézségekbe ütközhet. Ezzel egyidőben a sürgető vevői igények is folyamatos nyomás alatt tartják a vállalatot. A gyakorlatban létezik olyan determinisztikus modell, amely lehetővé teszi a vállalat számára, hogy meghatározza a folyamat várható befejezését, szükség esetén rövidítse azt plusz költséggel járó új erőforrás bevonásával. Azonban a folyamatokban jelen lévő bizonytalanság és kockázatok a költséggel kapcsolatos becslések pontosságára is óriási hatással lehet.

Jelen tanulmányukban egy valós vállalati probléma megoldását mutatjuk be, ahol a felmerülő kockázatok értékelését, a kritikus utak változását, továbbá az átfutási idők eléréséhez szükséges költségek elemzését végeztük el sztochasztikus környezetben.

Sorrendfüggő átállási időt tartalmazó független, párhuzamos gépek ütemezése hangyakolónia-optimalizálással

RAGÓ RITA ^a, MIHÁLY ZSOLT ^b

^aNeumann János Egyetem tarjanyi.rita@gamf.uni-neumann.hu

^bNeumann János Egyetem mihaly.zsolt@gamf.uni-neumann.hu

A termelésütemezés meghatározó sikerfaktor az összes termelőiparágban. Az ütemezésnek nagy hatása van az átfutási időre, a ciklusidőre, az időben történőkiszállításra, az erőforrások kihasználására, így összességében a költségekre. Az előadás során független, párhuzamos gépek ütemezésével foglalkozom. Az ütemezés nem preemptív, minden munka elérhető a nulladik időpillanattól, a feldolgozási idők determinisztikusak, sorrendfüggőátállási idők vannak, a cél pedig a befejezési időminimalizálása.

Az irodalomban, amikor független párhuzamos gépeket ütemeznek hangyakolónia-optimalizálással, kétlépcsős optimalizálást alkalmaznak. Az elsőlépcsőben a munkákat hozzárendelik a gépekhez. A másodikban minden gépen szekventálják a munkákat. Az előadásban bemutatok egy olyan hangyakolónia-optimalizálási megoldást, amely egy lépésben végzi el az ütemezést. A módszer teljesítményét és felhasználási lehetőségeit bemutatom különbözőméretűproblémák esetén.

Köszönetnyilvánítás: Köszönettel tartozunk a kutatás támogatásáért, amely az EFOP-3.6.1-16-2016-00006 „A kutatási potenciál fejlesztése és bővítése a Neumann János Egyetemen” pályázat keretében valósult meg. A projekt a Magyar Állam és az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával, a Széchenyi 2020 program keretében valósul meg.

Optimalizálás és a sztochasztikus Langevin algoritmus

RÁSONYI MIKLÓS

MTA Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet
rasonyi@renyi.mta.hu

Bemutatjuk az ún. sztochasztikus Langevin algoritmust, melyet a következőrekurzió generál:

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \lambda H(\theta_t, Y_t) + \sqrt{\lambda} \xi_{t+1}.$$

Itt $\theta_0 \in \mathbb{R}^d$ egy (véletlen vagy determinisztikus) kezdőpont, $\xi_t, t \in \mathbb{N}$ független d -dimenziós sztenderd normális valószínűségi változók sorozata. $\lambda > 0$ a lépésköz, $H(\theta, Y_t)$ pedig egy $h : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$ függvény torzítatlan becslése, azaz $E[H(\theta, Y_t)] = h(\theta)$, $\theta \in \mathbb{R}^d$. Első közelítésben feltehetjük, hogy $Y_n, n \in \mathbb{N}$ valamilyen független, azonos eloszlású sorozat.

Ezzel az eljárással magas dimenziós valószínűségi eloszlásokból lehet aszimptotikusan mintavételezni: ha $h = \nabla U$ valamely $U : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}_+$, akkor (alkalmas feltételek mellett) θ_t eloszlása nagy t -re és kis λ -ra közel lesz a

$$d\pi(x) = \frac{e^{-U(x)}}{\int_{\mathbb{R}^d} e^{-U(z)} dz} dx,$$

valószínűségi mértékhez.

Elmagyarázzuk, hogyan használható ez az eljárás az U globális minimumainak megkeresésére, még nem konvex U esetén is. Az algoritmus konvergenciájára vonatkozó ismert és friss eredményeket mutatunk be.

Két irányban általánosítunk: egyrészt Y_t -ről bizonyos esetekben elég feltenni, hogy valamely keverési tulajdonsággal bír. Másrészt tekintjük azt az esetet is, amikor a H függvény szakadásos. Ez utóbbinak pénzügyi matematikai alkalmazásokban van szerepe: adaptív módon határozhatunk meg optimális stratégiákat.

Az előadás alapját képező eredmények közösen születtek Mathias Barchagen-nel, Ngoc Huy Chau-val, Éric Moulines-nel, Sotirios Sabanis-szal, Tikosi Kingával és Ying Zhang-gal.

Köszönetnyilvánítás: A kapcsolódó kutatásokat támogatta az MTA LP 2015-3 számú „Lendület” pályázata, az NKFIH KH 126505 számú pályázata, valamint az Alan Turing Institute, London.

Villamosságtani problémák – matroidelméleti algoritmusok

RECSKI ANDRÁS

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
recski@cs.bme.hu

Kirchhoff 1847-es eredménye volt a gráfelmélet talán első valódi alkalmazása. Akkoriban minden villamos hálózat minden alkatrészének (például feszültségforrások, ellenállások, tekercsek, kondenzátorok) két kivezetése volt, Kirchhoff az összekapcsolásukat gráffal modellezte és az alkatrészek feszültségei és áramai közötti kapcsolatokat a gráf köreivel, ill. vágásaival írta le. Azonban számos olyan alkatrész van, amelynek kettőnél több kivezetése van (pl. a transzformátorokat már a 19. század második felében feltalálták), emiatt ezt az elméletet általánosítani kellett.

A kulcsfogalom az n -kapu: ez egy olyan alkatrész, melynek n kivezetés-párja van, mindegyiken mérhető feszültség és áram, és ezen $2n$ darab mennyiség között n lineárisan független homogén lineáris egyenlet van. Például az ellenállás egy 1-kapu, leíró egyenlete az $u=Ri$ Ohm-törvény, a transzformátor egy 2-kapu, egyenletei $u_2 = ku_1$, $i_1 = -ki_2$.

Mind a gráfok, mind a mátrixok matroidokat határoznak meg, nem véletlen, hogy a felmerült villamosságtani problémák egy részét a matroidelmélet segítségével lehet megoldani. Az előadásban a szükséges alapfogalmak áttekintése után olyan újabb eredményeket ismertetünk, amelyekhez a matroid-metszet, illetve a matroid párosítási probléma (súlyozatlan, ill. súlyozott) változatára vonatkozó algoritmusokra van szükség. A részletek ebben cikkben¹ megtalálhatóak.

Köszönetnyilvánítás: A munka szakmai tartalma kapcsolódik a „Minőségorientált, összehangolt oktatási és K+F+I stratégia, valamint működési modell kidolgozása a Műegyetemen” c. projekt szakmai célkitűzéseinek megvalósításához. A kutatást az ÚMFT TÁMOP-4.2.1/B-09/1/KMR-2010-0002 programja és a 124171. számú OTKA pályázat támogatja.

¹ A.Recski, Hybrid description and the spectrum of linear multiports, IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, DOI 10.1109/TCSII:2018.2890305 (2019).

A Shapley-érték konstans-összegű kooperatív játékokban

SOLYMOSI TAMÁS

Budapesti Corvinus Egyetem
tamas.solymosi@uni-corvinus.hu

A Shapley-érték a kooperatív játékok egyik központi megoldása: tetszőleges játékban egyértelműen megadja az egyes játékosok „igazságos” részeseését az együttműködésük révén elérhető maximális összhasonból. Számos axiomatikus jellemzése ismert különféle játékosztályokra.

Előadásunkban megmutatjuk, hogy Shapley (1953) klasszikus karakterizációja érvényes a (nemnegatív) konstans-összegű kooperatív játékok osztályára szűkítve is: a konstans-összegű kooperatív játékok lineáris vektorterén a Shapley-érték az egyetlen olyan *lineáris* leképezés a kifizetésvektorok lineáris vektorterébe, amely *hatékony* (a játékosok kifizetéseinek összege azonos a nagykoalíció értékével), *párszimmetrikus* (a hozzáadott érték szempontjából nem megkülönböztethető játékosok egyenlőkifizetést kapnak) és *nulla-játékos tulajdonságú* (a konstans nulla hozzájárulású játékos(ok) kifizetése nulla).

Bizonyításunk követi Shapley (1953) gondolatmenetét, de egy (nemnegatív) konstans-összegű játékokból¹ álló bázist használunk. Az inverz bázis segítségével meghatározunk egy olyan „részesedési mátrixot”, amely csak a játékosok számától és a Shapley-féle csatlakozási valószínűségektől függ. Egy konstans-összegű játék vektorát ezzel a mátrixszal megszorozva megkapjuk a játék Shapley-értékét.

Megmutatjuk továbbá, hogy miként lehet ezzel a speciális játékosztályra kidolgozott módszerrel bármilyen kooperatív játék Shapley-értékét is meghatározni.

Köszönetnyilvánítás: A szerzők köszöni az NKFIH K-119930 pályázat, illetve az MTA KEP-6/2017 projekt támogatását.

¹ Ezeket az „átlag-egyértésű” játékokat használva igazolta Khmelnitskaya (Int J Game Theory (2003) 32: 223–227), hogy a Shapley-érték Young-féle (1985) karakterizációja érvényes a (nemnegatív) konstans-összegű játékok osztályán is, de abban a jellemzésben a használt játékok közötti lineáris függőség kiszűrésére nincsen szükség.

A P-gráf módszertan kiterjesztése biztonságkritikus rendszerek tervezésére

SÜLE ZOLTÁN ^a, BAUMGARTNER JÁNOS ^a, DÖRGŐ GYULA ^b, ABONYI JÁNOS ^b

^a Pannon Egyetem, Rendszer- és Számítástudományi Tanszék, Veszprém
sule@dcs.uni-pannon.hu

^b MTA-Pannon Egyetem „Lendület” Komplex Rendszerek Megfigyelése
Kutatócsoport, Veszprém

Komplex, biztonságkritikus rendszerek tervezésekor illetve karbantartása-
kor nem elegendő csupán a felmerülő költségek minimalizálására töreked-
nünk, hiszen sok esetben követelmény a folyamatos működés biztosítása, va-
lamint egy előre definiált rendszer-megbízhatósági szint garantálása. Gyártó
és ipari rendszerek modellezésére és optimalizálására megfelelőeszköz a P-
gráf módszertan alkalmazása, amely a költség optimális megoldás, valamint
az n legjobb alternatíva előállításában nyújt segítséget, ugyanakkor biztosítá-
nunk kell a folytonos, időfüggő megbízhatósági jellemzők kezelését is az opti-
málási folyamat során.

Előadásunkban a hibafa- és sikerfa-elemzést alapul véve kiterjesztjük a P-
gráf módszertan eszköztárát olyan esetekre, amelyekben minimális vágatok
(Cut és Path halmazok) meghatározásával algoritmikusan számíthatóvá válik
a rendszerek eredő megbízhatósága diszkrét és folytonos eseteket tekintve
egyaránt. A kidolgozott megközelítés módot ad arra, hogy a rendszerek meg-
bízhatóságát redundancia alkalmazásával növeljük, un. *koon* (k -out-of- n) topo-
lógia beillesztésével, ahol n lehetséges ág közül megköveteljük, hogy leg-
alább k hibátlanul működjön. Az így felépített vegyes-egész nem lineáris prog-
ramozási feladatban az $R(t) = \sum_{l=k}^n (R^*(t))^l (1 - R^*(t))^{(n-l)}$ összefüggéssel szá-
moljuk a redundáns rend- szerek megbízhatóságát, ahol $R(t)$ a redundáns
rendszer egészére, míg $R^*(t)$ egy elemi komponens megbízhatóságára utal
az időfüggvényében.

A kidolgozott matematikai modellt és eredményeit előadásunkban energeti-
kai rendszerekre felírt irodalmi esettanulmányok segítségével illusztráljuk,
ahol megadjuk a tekintett feladatok P-gráf és hibafa reprezentációit, majd is-
mertetjük a felírt többcélú optimalizálási feladatok megoldásait.

Köszönetnyilvánítás: Köszönet az EFOP-3.6.1-16-2016-00015 projekt anyagi támogatásáért.

A nominális árfolyamok hosszú távú viselkedésének vizsgálata FM-OLS és DOLS kointegrált panelbecslési eljárásokkal

SZABÓ ANDREA

Debreceni Egyetem Gazdaságtudományi Kar
szabo.andrea@econ.unideb.hu

A vásárlóerő-paritás az egyik legmeghatározóbb modell a nemzetközi közgazdaságtanban, mely a nominális árfolyamok hosszú távú viselkedését magyarázza. De empirikus érvényessége vitatott kérdés, melyre Rogoff [1996]¹ nyomán vásárlóerő-paritási (PPP) rejtélyként hivatkoznak az irodalomban. Több javaslat született a modell javítására, illetve a PPP empirikus kudarcainak magyarázatára, de általában ezen elgondolások között nem szerepel hangsúlyosan a megfelelő módszertani eljárás megválasztása. A PPP hosszú távú egyensúlyi modell, ezért az ilyen típusú kapcsolatok megragadásához kointegrációs eljárás alkalmazása szükséges.

Az 1980-as évek vége előtt korlátozottak voltak a lehetőségek a nemstacioner folyamatok közötti hosszú távú kapcsolatok vizsgálatára, ami a módszertani eljárásokat illeti. Az áttörést Engle és Granger [1987]²-es tanulmánya hozta meg a kointegráció fogalmának bevezetésével. Ettől kezdve a nemstacioner idősorok közötti hosszú távú egyensúlyi kapcsolatok is vizsgálhatóvá váltak, ha azok kointegráltak. Bár az idősoros tesztek során több esetben kointegrációs eljárással sem sikerült igazolni a PPP-t, de a becslések pontossága és a tesztek ereje a megfigyelések számának növelésével fokozható. Így a kilencvenes évektől egyre elterjedtebbé vált a kointegrált panelbecslési eljárások alkalmazása a PPP tesztelésében is.

Mivel a panelben végzett becslések hatékonysága nagyobb a magasabb megfigyelésszámnak köszönhetően, ezért kétféle kointegrált panelbecslési eljárással (teljesen módosított legkisebb négyzetek módszere (FM-OLS) és dinamikus legkisebb négyzetek módszere becsléssel (DOLS)) vizsgáltuk meg a PPP empirikus érvényességét hat panelen. Az eredmények értékelésénél nem tekintettük szükséges feltételnek az arányosság és a szimmetria hipotézisének teljesülését. Ilyen értékelési kritériumok mellett valamennyi mintán mindkét eljárással sikerült igazolni a PPP empirikus érvényességét. De ezeket a kritériumokat figyelembe véve is sikerült igazolást találni a PPP-re, bizonyos mintákon, bizonyos eljárásokkal.

¹ K. ROGOFF: The Purchasing Power Parity Puzzle, *Journal of Economic Literature*, Vol. 34, 647-668 (1996).

² R. F. ENGLE, C. W. J. GRANGER: Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing, *Econometrica*, Vol. 55, No. 2, 251-276 (1987)

Lineáris árrendszer vizsgálata hálózati kontextusban

SZABÓ BALÁZS ^a, SEBESTYÉN TAMÁS ^b

^aPécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar
szabo.balazs@ktk.pte.hu

^bPécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar
sebestyent@ktk.pte.hu

Tanulmányunkban a gazdaságmodellezésben elterjedten használt monopolisztikus versenymodellben vizsgáljuk meg, hogy a szereplők nem teljes kapcsoltsága, ilyen értelemben az információ-áramlás korlátozottsága milyen következményekkel jár az árak és kibocsátások alakulására. Ez a megközelítés újdonság a standard modellezési kerethez képest, amelyek a szereplők teljes kapcsoltságát, így az aggregált árindex pontos ismeretét feltételezik. Modellünkben a kapcsolati szerkezet tetszőleges (csak speciális esetben teljes), ami az egyes szereplők által érzékelt árindexek különbözőségéhez vezet, így a standard modell szimmetriája sérül. Piactisztítást feltételezve igazoljuk, hogy intuitív feltételek fennállása esetén egyértelműen létezik nemnegatív optimális árvektor, amely egyben tiszta stratégián alapú Nash-egyensúly is. Ezenkívül kitérünk az áralakulás néhány érdekes esetére is (pl. homogén árak kérdése). Ezt követően bemutatjuk az árak és a hálózati struktúra viszonyát, eljutva egészen egyfajta sajátvektor-centralitás és az árvektor kapcsolatáig. Modellünk szimulációkkal zárul, ahol az árak, kibocsátások és a hálózati centralitás kapcsolatát, alakulását vizsgáljuk különböző hálózati sűrűségek mellett.

Kulcsszavak: érzékelt árindex, optimális árvektor, domináns sajátvektor, centralitás

A fiktív lejátsszások módszere és kombinatorikus optimalizálás

SZABÓ SÁNDOR ^a

^aMatematikai és Informatikai Intézet, PTE, TTK
sszabo7@hotmail.com

1951-ben G. W. Brown javasolt egy fiktív lejátsszáson alapuló módszert nulla összegű mátrix játék értékének közelítésére. 1953-ban J. von Neumann rámutatott, hogy egy ilyen eljárás felhasználható a hozzárendelési probléma közelítő megoldására. A fiktív lejátsszás módszere a kombinatorikus optimalizálási problémák egy nagyobb osztályára is alkalmazható. A közelítőeljárás leírható a játékelméletre történő hivatkozás nélkül is. A módszer egyszerűen programozható, a számolás során jól kihasználható a fellépőmátrixok ritkasága, a kerekítések elkerülhetők és így az optimum közelítő értékére pontos alsó és felső korlátokat kapunk. Az eljárás jól használható olyan feladatok összeállítására, amelyekkel a kerekítéseket megengedő algoritmusokat tesztelhetünk. (Nem kizárt, hogy a módszernek sok más alkalmazása nincs is.) Tudnunk kell, hogy a fiktív lejátsszáson alapuló eljárás konvergenciája lassú. Vannak helyzetek amikor, független kombinatorika megfontolásokkal kaphatunk az optimum értékére alsó és felsőbecsléseket. Ilyenkor az eljárást indíthatjuk ebből kezdőállapotból lerövidítve így a számítást. A második konvergencia gyorsító ötlet alapja az a megfigyelés, hogy a fiktív lejátsszás során fellépnek olyan szakaszok, amelyekben egyik játékos sem változtat a stratégiáin. Ezen futamok hosszai kis számítási munkával előre jelezhetők. Tehát a számolás során nagyobb lépésekkel is haladhatunk. Ezek a módosítások összetettebb programot eredményeznek, de a módszer pontosságát nem csökkentik.

Köszönetnyilvánítás: Jelen kutatást a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal az SNN-117879 sz. pályázatával támogatta.

Új keresési irányra épülő belsőpontos algoritmus lineáris optimalizálásra

SZÉNÁSI ESZTER ^a, DARVAY ZSOLT ^b, RIGÓ PETRA RENÁTA ^{b,c}

^aBudapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Alkalmazott
matematika MSc
szenasi.eszter.22@gmail.com

^bBabes₃-Bolyai Tudományegyetem, Matematika és Informatika Kar,
Kolozsvár
darvay@cs.ubbcluj.ro

^cBudapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Differenciálegyenletek
Tanszék
takacsp@math.bme.hu

Az előadás keretein belül egy új keresési irányra alapozott teljes Newton-lépéses belsőpontos algoritmust mutatunk be lineáris optimalizálási feladatok megoldására. Az eljárás során algebrailag ekvivalens átalakítások¹ segítségével változtatjuk meg a centrális utat megadó egyenletrendszert. Az alábbi $\varphi : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ függvényt alkalmazzuk a centralizálási egyenletre:

$$\varphi(t) = \frac{\sqrt{t}}{2(1 + \sqrt{t})}.$$

Ezt a függvényt elsőként Kheirfam és Haghghi² alkalmazta lineáris komplementaritási feladatokra. Az új keresési irányok meghatározása érdekében a Newton-módszert alkalmazzuk az előzőleg kapott rendszerre. Ezt követően kiszámítjuk a bevezetett algoritmus által meghatározott maximális iterációszámra vonatkozó felsőkorlátot. Megmutatjuk, hogy az algoritmus polinomiális komplexitású. Ez az első lineáris optimalizálásra vonatkozó belsőpontos algoritmus, amellyel ezzel a speciális keresési irányral dolgozik.

Köszönetnyilvánítás: A szerzők köszönetüket fejezik ki Illés Tibornak, aki arra ösztönözte őket, hogy további kutatást végezzenek a keresési irányok körében.

¹ Darvay, Zs., New interior-point algorithms in linear programming, Adv. Model. Optim., 5(1), 51-92 (2003)

² Kheirfam B., Haghghi M., A full-Newton step feasible interior-point algorithm for $P_*(\kappa)$ -LCP based on a new search direction, Croat. Oper. Res. Rev., 7(2), (2016)

Összetett indexek gazdaságpolitikai alkalmazása: a Globális Vállalkozói Index

SZERB LÁSZLÓ, RAPPAI GÁBOR, KEHL DÁNIEL

Pécsi Tudományegyetem, Közgazdaságtudományi Kar
szerb@ktk.pte.hu

Hosszú ideje igény van arra, hogy a komplex, többdimenziós jelenségeket egy mutatóval is le lehessen írni. Az idők során az egyszerűbb indikátorok mellett az összetett indikátorok is egyre inkább teret nyertek¹. A legbonyolultabb kompozit indexek jellemzően nagyszámú egyéni indikátorból és több szinten épülnek fel, számos kihívás elé állítva az indexek

készítőit és felhasználóit, értelmezőit egyaránt. Az OECD kézikönyve jó útmutatót ad az ilyen indexek technikai elkészítéséhez, ugyanakkor rámutat arra is, hogy mennyi változata és buktatója is van a technika alkalmazásának². Az elmúlt időszakban különösen a komponensek súlyozása és az aggregálás került a figyelem középpontjába, mint amelyek a leginkább befolyásolhatják a végső eredményt.³ A súlyozásnak fontos gazdaságpolitikai következménye is van, hogy mennyiben is helyettesíthetők is egymással a komponensek. A részleges kompenzációs technikák egyik korai változata Rappai és Szerb (2011) tanulmánya.⁴ A szűk keresztmetszetekért történő büntetés alapötlete, hogy a magasabb értékű komponensek teljesítményét a szűk keresztmetszetek csökkentik, azaz az egyes komponensek között csupán korlátozott helyettesíthetőség áll fenn. A későbbiekben a módszer kibővült a komponensek átlagra igazításának technikájával⁵. A jelen tanulmány célja, hogy a Globális Vállalkozói Index (GEI) példáján keresztül bemutassa, hogy hogyan készíthető egy olyan kompozit index, amely az eddigieknél alkalmasabb gazdaságpolitikai javaslatok megalapozására. A GEI 14 pillére normált értékeinek

¹ Saltelli, A. (2007) Composite indicators between analysis and advocacy. *Social indicators research*, 81(1), 65-77.

² Handbook on constructing composite indicators, Joint Research Centre, European Union, OECD, p. 158

³ Greco, S., Ishizaka, A., Tasiou, M., & Torrasi, G. (2018). On the methodological framework of composite indices: A review of the issues of weighting, aggregation, and robustness. *Social Indicators Research*, 1-34.

⁴ Rappai G. – Szerb L. (2011) Összetett indexek készítése új módon: a szűk keresztmetszetekért történő büntetés módszere, Közgazdaságtudományi és Regionális Tudományok Intézete, Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar Műhelytanulmányok 2011/1

⁵ Acs, Z. J.; E. Autio, L. Szerb (2014) National Systems of Entrepreneurship: Measurement issues and policy implications, *Research Policy* 43(3), 476-494

átlag jelentős eltérést mutat, így jelentős különbségek vannak az egyes pillérek átlagának javításához szükséges erőforrások terén is. Mivel a GEI-t szerte-nénk gazdaságpolitikai célok erőforrás-optimalizálására alkalmazni, az egyes pillérértékek ugyanolyan mértékű marginális javulásához szükséges pótlólagos erőforrásoknak mind a 14 pillér estében azonosnak kellene lenniük. Az összes országra és mind a 14 pillérre gyakorolt összes marginális hatás kiszámítása nehézkes feladat lenne, ezért egy egyszerűbb megoldást javasolunk: a komponensek marginális hatásainak kiegyensúlyozását az összes ország átlagos pillérértékeire vonatkozóan. Ez a módszer csökkenti, de nem eliminálja teljesen a marginális hatások kiszámításakor keletkező torzulást. Módszerünk egyenlővé teszi a 14 pillér átlagát kiegyenlíti, vagy másképpen fogalmazva a marginális hatásokat az átlagon kiegyenlíti, de ezt úgy teszi, hogy közben a normálás során kialakított kritikus, $[0;1]$ tartományban maradjunk.

Egy lehetséges, több szempontból is alkalmas, módszer az eredeti értékek azonos, k -adik hatványra emelése, mellyel tulajdonképp valamennyi megfigyelést önmagával súlyozunk.

Véleményvezérek azonosítása közösségi hálózatokon

SZIKLAI BALÁZS R.^a, LENGYEL BALÁZS^b

^a MTA KRTK Játékelmélet Kutatócsoport
sziklai.balazs@krtk.mta.hu

^b MTA KRTK Agglomeráció és társadalmi kapcsolathálózatok Kutatócsoport

A véleményvezérek központi szerepet töltenek be az új termékek és technológiák elterjedésében, ezért az egyik legfontosabb és legtöbbet kutatott csoport. A véleményvezérek tekinthetők a társadalmi befolyás szakértőinek, így szakértő meghatározó algoritmusok alkalmasak lehetnek az azonosításukra. Tanulmányunkban megvizsgáljuk, hogy egy új szakértő-kiválasztási módszer (Sziklai, 2018), valamint a hagyományos központosítási mértékek mennyire alkalmasak a véleményvezérek azonosítására. Ehhez egy egyedülálló adatbázis áll rendelkezésünkre: a magyar közösségi hálózat, az iWiW teljes adatbázisa (Lengyel, et al. 2019). Mivel a felhasználóknak mind a regisztrációs ideje, mind a lakhelye ismert, így pontosan nyomonkövethető a médium elterjedése és az is, hogy kik játszottak ebben kulcsszerepet. Ez lehetőséget ad arra, hogy a különböző módszereket teszteljük.

Hivatkozások:

- Sziklai, B. (2018): „*How to identify experts in a community?*” Int. J. of Game Theory Volume 47 Issue 1 pp. 155-173.
- Lengyel, B. and Di Clemente, R. and Kertész, J. and González, Marta C. (2019): „*The role of geography in the complex diffusion of innovations*” arXiv:1804.01349

Lineáris programok az élsúlyozott maximum klikk problémára

SZTOJKOVICS DÓRA ^a, SZABÓ SÁNDOR ^b

^aPécsi Tudományegyetem
sztojkovics@gmail.com

^bMatematikai és Informatikai Intézet, PTE TTK

Legyen G egy véges egyszerűgráf, és legyen H részgráfja G -nek. Azt mondjuk, hogy H egy klikk, ha bármely két különböző csúcsa össze van kötve éllel. Egy klikket maximum klikknek nevezünk G -ben, ha az előforduló klikkek közül a legnagyobb csúcscszámmal rendelkezik.

A maximum klikk megtalálása egy adott gráfban egy ismert és fontos probléma sok alkalmazással. Bizonyos alkalmazásokban a gráf éleihez nemnegatív súlyokat rendelünk, ilyenkor beszélhetünk élsúlyozott maximum klikk problémáról.

A súlyozott és súlyozatlan maximum klikk problémák megoldására léteznek a lineáris programozás eszközeit, továbbá kombinatorikus alapú keresési fát használó algoritmusok is.

Az előadásban egy olyan tanulmányhoz fűzünk megjegyzéseket, amelyben a szerzők egy kombinatorikus alapú algoritmust hasonlítottak össze három lineáris programozás alapú algoritmussal. Ehhez mérték az egyes programok futásidőjét egy sor teszt problémán. Rámutatunk, hogy a tesztben szereplődiszkrét lineáris programok helyettesíthetők olyan programokkal, amelyek folytonos relaxáltjai szorosabbak, azaz a lineáris programozási megközelítést nem a legjobb algoritmusok képviselték a tesztben.

Köszönetnyilvánítás: Sztojkovics Dóra jelen kutatását a Pécsi Tudományegyetem támogatja. Szabó Sándor kutatását a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal az SNN-117879 sz. pályázatával támogatta.

Optimális pártos választókerület-szabdalás közelítése

TASNÁDI ATTILA

Budapesti Corvinus Egyetem
attila.tasnadi@uni-corvinus.hu

A pártos választókerület-szabdalásnál hivatkozni szoktak az úgynevezett „crack and pack” eljárásra, amely segítségével könnyen illusztrálható, hogy egy párt hogyan szabdalthatja maga számára kedvezően a választókerületeket. Az eljárás lényege, hogy a szabdalást végrehajtó párt minimális szavazatokkal nyerő választókerületeket hoz létre, míg más választókerületekben a rivális párt támogatóit tömbösíti. Az optimális pártos választókerület-szabdalás meghatározása különbözőmodellkeretekben igazoltan NP-teljes, így ezekben a „crack and pack” eljárás sem adhat polinomiális idejű algoritmust $P \neq NP$ mellett. Egyrészt megvizsgáljuk a „crack and pack” eljárás közelítési tulajdonságát és modellkerettől függőhatékonyságát, másrészt tárgyaljuk a választókerület-szabdalási probléma modellkerettől függőközelíthetőségét.

Köszönetnyilvánítás: Az előadás a Pallas Athéné Domus Sapieniae Alapítvány támogatásával a PADS Vezető Kutató Program keretében került megvalósításra. A szerző szeretné megköszönni az OTKA 112975 pályázat keretében nyújtott támogatást.

Páros összehasonlítási mátrixok alkalmazása döntési feladatoknál

TEMESI JÓZSEF

Budapesti Corvinus Egyetem
jozsef.temesi@uni-corvinus.hu

A páros összehasonlítási mátrixok (PCM) felhasználásának legelterjedtebb módszere az Analytic Hierarchy Process (AHP)¹. Ebben a módszerben kulcsszerepet játszik a mátrix elemeinek meghatározására szolgáló ún. fundamentális skála és a becslő módszer. Az előadás a módszer döntési feladatokban történő alkalmazásának feltételeire fókuszál.

Kimutatható, hogy a fundamentális skála használata a döntéshozó és a döntést segítő szakember (vagy a döntéstámogató rendszer) közötti kommunikációban elkerülhetetlen torzításra vezet a preferenciasúlyok meghatározásában: az eredmény függ a skála döntéshozó általi értelmezésétől, illetve a skáláról kapott információk mennyiségétől és módjától. Ez a torzítás visszavezethető a Kahneman és Tversky által tanulmányozott hatásokra². A páros összehasonlítási mátrixok fundamentális skálán történő megadásának egy másik következménye az intranzitivitás megjelenésének lehetősége. A preferenciaelmélet klasszikus formájában ez kizárja a rangsor meghatározását. Hogyan kezelhető az intranzitivitás és a döntési feladatoknál elegendő-e az AHP által ajánlott inkonzisztencia-vizsgálat? Erről szól az előadás második része. Végül az előadás kitér „a bűvös szám hét” elv³ és a szakirodalomban található példák és esetek mátrixai méretének ellentmondására.

A konklúzió az, hogy ha konkrét döntési feladatok megoldására páros összehasonlítási mátrixokat használunk, akkor egyrészt bizonyos feltételek meglétének tesztelése szükséges, másrészt pedig nem feltétlenül az AHP teljes módszertani arzenálja ajánlott.

Köszönetnyilvánítás: A kutatást az OTKA K111797 pályázat támogatta.

¹ Saaty, T.L.: The Analytic Hierarchy Process, New York, McGraw Hill, 1980

² Kahneman, D.: Thinking: Fast and Slow, Farrar, Strauss and Giroux, New York, 2011

³ Miller, G.A.: The Magical Number Seven, Plus or Minus Two: Some Limits on Our Capacity for Processing Information, The Psychological Review, 63, 81-97, 1956

Modellek és megoldási módszerek a keverési feladatra

TOLLNER DÁVID, ILLÉS TIBOR

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Kémiai anyagok keverési feladatának elsőoperációkutatási modell variánsait Dantzig és szerzőtársai fogalmazták meg több dolgozatban, az 1950-es évek végén. Charnes és Cooper¹ a benzin keverési feladatra, ismert minőségi paraméterek esetén, lineáris programozási modelleket írtak fel.

Operációkutatási szempontból az általános keverési feladatban ismeretlen mennyiségekhez és minőségekhez kapcsolódó döntési változók szerepelnek. A keverési feladat operációkutatási modelljeiben, jellemzően a lineáris feltételek mellett, bilineáris egyenletek (vagy egyenlőtlenségek) is előfordulnak. A keverési feladat megengedett megoldáshalmaza nem konvex és időnként nem is összefüggő. A keverési probléma globális optimalizálási feladatra vezet.

Az előadásban tárgyalt keverési probléma operációkutatási modelljei lineáris és bilineáris feltételekkel megfogalmazott optimalizálási feladat, ahol forrásokból érkező különböző minőségű nyersanyagokat keverünk össze és a kevert anyagoknak minőségi korlátokat kell teljesíteni az egyes terminálokban. A hálózaton adott keverési feladatokkal kapcsolatos egyik első, fontos eredmény Haverlytől² származik, de a témakörnek az utóbbi 20 évben komoly szakirodalma alakult ki és a gyakorlatban is elterjedtek megoldási módszerek.

A szakirodalomban a megoldási módszerek tesztelésére 14 kisméretű, valamint 20 nagyméretű példa létezik. Ezek a gyakorlati feladatok speciális esetei, így igyekeztünk ezek módosításával realizitikusabb példákat készíteni. Az előadás végén bemutatjuk a saját példáinkra kapott megoldásokat.

¹ A. Charnes, W. Cooper, B. Mellon, Blending aviation gasolines – a study in programming interdependent activities in an integrated oil company, *Econometrica*, 20(2), pp. 135 – 159, (1952).

² C. Haverly: Studies of the behavior of recursion for the pooling problem, *ACM SIGMAP Bulletin*, 25, pp. 19 – 28, (1978).

A magyarországi vasúthálózat sérülékenysége véletlen zavar és célzott támadás esetén – robusztus vagy sem?

TÓTH BENCE

Nemzeti Közszolgálati Egyetem,
Hadtudományi és Honvédtisztképző Kar
toth.bence@uni-nke.hu

A magyarországi vasúthálózatot egy irányított élsúlyozott gráffal modelleztem. A súlyok vagy a vonalszakaszok hossza vagy a megengedett sebességekből szármolt, az adott vonalszakasz bejárásához szükséges időtartam. Az egyes vonalszakaszok sérülését teljes kizárásként modelleztem: az adott vonalszakaszt jellemző élek törlésre kerültek a gráfból.

A hálózat egy állapotát az összes állomáspár közti reciproktávolságok, illetve -menetidők összegével (ez az ún. teljes *hatékonyság*, *efficiency*¹), a legnagyobb egybefüggő komponens (az ún. óriáskomponens) átmérőjével, valamint az óriáskomponens és az óriáskomponenshez nem tartozó csúcsok klasztereinek méretével jellemeztem.

A hálózat véletlen zavarát n darab, véletlenszerűen kiválasztott él törlésével modelleztem, míg a célzott támadást az élek bizonyos stratégia szerinti, egymás utáni törlésével. Két ilyen stratégiát vizsgáltam: a támadás egyes lépéseiben a hálózat teljes hatékonyságát legnagyobb mértékben csökkentő élt, illetve a hálózat legnagyobb *kapcsolatköztiességű* (*betweenness centrality*)² élt töröltem. Az eredmények azt mutatják, hogy a magyarországi vasúthálózat a skálafüggetlen hálózatok jellemzőit mutatja: a véletlen zavarokkal szemben ellenálló, a célzott támadásokkal szemben viszont sérülékeny.

Egyre növekvő számú, véletlenszerűen kiválasztott élt törölve a hálózat teljes hatékonyságának átlagos csökkenése lineáris kb. $n = 100$ -ig. A csökkenés minden lépésben a zavarmentes hálózatbeli érték kb. 0,7%-a. A hálózat átmérőjének változása alapján az látható, hogy a feldarabolódás az élek 23 százalékának az elvételenél kezdődik. Az óriáskomponens méretének, valamint az összes többi komponens átlagos méretének a változása alapján azt találtam, hogy a hálózat az élek 34 százalékának törlésekor esik szét.

Mindkét támadási stratégia esetén az Összekötő vasúti híd bizonyult kiemelkedően a legkritikusabbnak: kiesése 6, illetve 10%-kal csökkenti a teljes hatékonyságot a távolság- illetve a menetidő szerinti súlyozásnál. A teljes hatékonyság és az óriáskomponens mérete is mind a hatékonyságalapú, mind a kapcsolatköztiesség-alapú támadás esetén exponenciálisan csökken az élek egymás utáni eltávolításának hatására.

¹ V. Latora, M. Marchiori, *Phys. Rev. Lett.* **87** (19), 198701/1-4 (2001)

² L. C. Freeman, *Social Netw.* **1**, 215 (1979)

Sejtautomata mintázatok vizsgálata

TÓTH LÁSZLÓ

SZTE JGYPK

tothl@jgypk.szte.hu

Komplex rendszerek elemzésénél kézenfekvő olyan kaotikus modelleket használnunk, amelyek, bár egyszerű szabályból indulnak, véletlenszerűnek tűnő mintázatokat generálnak. Ilyen modellek a sejtautomaták (SA) is. Kutatásuk több mint ötven éves múltja alatt számos területen alkalmazták és elemezték már őket, de hálózattopológiai vizsgálatuk eddig nem számottevő.

A SA modellekben fontos szerep jut annak, hogy egy-egy sejt milyen hosszú életű, mekkora területen tudja befolyásolni környezetét. Ez azért is fontos, mert az általa hordozott információ nagy jelentőséggel bírhat a több generációval később kialakuló mintázat szempontjából.

A kutatás során egy olyan keretrendszert implementáltunk, amely a Langton-féle sejtautomaták sejtjei által kialakuló kommunikációs hálózat tulajdonságait képes meghatározni. Ennek segítségével elemezhetjük azon tényezőket, amik befolyásolhatják a sejtek által hordozott információ terjedését. A kiépített rendszer megfelelő paraméterezése révén lehetőség van laboratóriumban tenyésztett sejt kultúrák által kialakított, dinamikusan változó mintázatok szimulálására, elemzésére.

Köszönetnyilvánítás: Tóth László jelen kutatását az EFOP-3.6.3-VEKOP-16-2017-00002 sz. pályázat támogatja.

Élsúlyok becslése Bitcoin bizalmi hálózatokban

VINKÓ TAMÁS

Szegedi Tudományegyetem, Számítógépes Optimalizálás Tanszék

A most tíz éves Bitcoin egy kriptovaluta rendszer, amelyben a felhasznált technikai és elméleti megoldások lehetővé tették, hogy viszonylag széles körben elterjedjen mint digitális fizetőeszköz. A számos vitathatatlan haszna közül kiemelkedőjelentőségű, hogy a tranzakciók lenyomata publikusan hozzáférhető, és így az elemezhető.

Bizonyos Bitcoin kereskedésekben a felhasználók egymást értékelhetik, amellyel az egymás iránti bizalmat lehet kifejezni. A folyamat modellezhető időben növekvő, irányított, előjelesen súlyozott (WSN) gráffal. Az előadásban először bemutatjuk Kumar és szerzőtársai által nemrégiben bevezetett *goodness* és *fairness* mértékeket, amelyek egy WSN csúcsaihoz rendelt központi-sági értékek. Mint azt a szerzők kimutatták, ez a két mérték alkalmasan használva rendkívül hatékony élsúly becslést eredményez. A javasolt módszer azonban felírható 1-rangú mátrix közelítési feladatként is, amely lehetővé teszi a továbbgondolást, általánosítást.

Köszönetnyilvánítás: A kutatást az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatta 20391-3/2018/FEKUSTRAT.

Az ár és minőség dinamikus kapcsolatának vizsgálata

VÖRÖS JÓZSEF

Pécsi Tudományegyetem, Közgazdaságtudományi Kar
voros@ktk.pte.hu

Egy profitmaximalizáló dinamikus modellt fogalmazunk meg, melyben a kereslet, illetve termelés volumene mind az árnak, mind a minőségnek függvénye. A minőségszint stratégia jelentőségű része fejlesztés révén minden időpillanatban növelhető, a felhalmozódott stratégiai minőségtudás az időhorizont végén pedig eladható. Kimutatjuk, hogy ezen maradványértéknek nagy hatása van a minőség dinamikájának alakulására, és alapvető hatással bír arra, hogy a problémának less-e megoldása belső pontban. A minőség dinamikájának kettős hatása lehet az árra, és beazonosítjuk a feltételeket, hogy növekvő minőség mikor von maga után növekvő árat, és mikor less az ár csökkenő, magasabb minőség ellenére. Az is látható lesz, hogy a termelési hatékonyságnak alapvető szerepe van az árak alakulásában.

NP osztálybeli feladatok nagyléptékű párhuzamosítása során fellépő egyes problémákról

ZAVÁLNIJ BOGDÁN

Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet, Magyar Tudományos Akadémia
bogdan@renyi.hu

Tipikus, hogy a Branch and Bound algoritmusok párhuzamosítása során fellépnek olyan problémák, melyek a részfeladatok egyenlőtlen elosztásából adódnak. A részproblémák nehézségei akár több nagyságrendben is eltérhetnek egymástól, így a párhuzamosítás nem lesz praktikus. Az egyik lehetőség, bár nem mindig könnyűmegoldás erre a problémára, ha megpróbáljuk megbecsülni a bejárt keresőfa méretét. Előadásunkban arra kívánunk rámutatni, hogy ennek eléréséhez különbséget kell tennünk a között, hogy találunk egy megoldást és a között, hogy bizonyítjuk a megoldás lehetetlenségét. Más szavakkal másképp kell kezelnünk az NP-nehéz és az NP-teljes problémákat.

A fenti elméleti megkülönböztetést a maximum klikk és a k -klikk problémával fogjuk szemléltetni. Egy érdekes következménye a gondolatunknak az lesz, hogy rámutatunk arra, miért baj az (algoritmusból adódó) szuperlineáris gyorsulás.

Köszönetnyilvánítás: Jelen kutatást a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal az SNN-117879 sz. pályázatával támogatta.

GlobalJ párhuzamos moduljának bemutatása

ZOMBORI DÁNIEL, BÁNHELYI BALÁZS, CSENDES TIBOR

Szegedi Tudományegyetem
banhelyi@inf.u-szeged.hu

A tanszéken fejlesztett MATLAB-os optimalizálót áthelyeztük egy jobban használható környezetre. A választásunk az ipari környezet miatt a JAVA-ra esett. Az előadásunkban ezzel foglalkozunk.

A rendszer elődje a GLOBAL eljárás. Ezt a 80-as években dolgozták ki¹, de a számítástechnika rohamos fejlődésével egyre elavultabbá vált a futtató környezet. 2010 körül a mai technológiai fejlettséghez lett igazítva MATLAB környezetben², ezzel javítva a használat kényelmét és a megbízhatóságot. Ennek mintájára készült a JAVA implementáció is.

A rendszer moduláris felépítésű. Egy futtatás előtt a megfelelő modulokat kiválasztva és összekapcsolva meg kell alkotnunk a rendszer egy variánsát. A variánsok között megtalálható olyanok is, melyek kihasználják a többmagos környezetet. Az előadásunkban a GlobalJ sokmagos környezetben futtatható változatát is bemutatjuk. Jelenleg a folyamatos gyorsulást a processzormagok számának növelésével érjük el, ami kisebb szuperszámítógépekben is több száz magot jelent.

Jelenlegi fejlesztési irány a több gépes teljesen elosztott verzió elkészítése. Az előadásunkban bemutatjuk ezen változat irányában tett erőfeszítéseinket is.

Köszönetnyilvánítás: Jelen kutatás eredményei a Bolyai János Kutatási Ösztöndíj, Bolyai+ Ösztöndíj, és az EFOP-3.6.3-VEKOP-16-2017-0002 számú projekt keretében készültek. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

¹ Csendes, T.: Nonlinear parameter estimation by global optimization – efficiency and reliability. Acta Cybernetica 8(1988) 361-370

² Csendes, T., L. Pál, J.O.H. Sendin, J.R. Banga: The GLOBAL Optimization Method Revisited. Optimization Letters 2(2008) 445-454

SZERZŐK

Ábele-Nagy Kristóf	25	Dósa György	29,31,53,54
Abonyi János	103	Dörgő Gyula	103
Ágoston Kolos Csaba	26,27,28	Drenyovszki Rajmund	56
Antal Ádám	41	Dulai Tibor	54
Balogh János	29,31	Epstein, Leah	29,31
Bánhelyi Balázs	32,64,120	Erdős Szilvia	55
Bednay Dezső	33	Fábián Csaba	56
Békési József	29,31	Fekula Márk	67
Benedek Márton	34	Fleiner Tamás	43
Berde Éva	35	Fliege, Jörg	34
Bertók Botond	36	Frits Márton	36
Biró Péter	26,37,38	Fülöp János	25,41
Bodor András	76	G.-Tóth Boglárka	57
Borgulya István	39	Gelei Andrea	58
Bóta András	40	Gera Imre	80
Bozóki Sándor	41	Gerencsér Balázs	59
Budai István	98	Gerencsér László	59
Burka Dávid	27	Gudmundsson, Jens	37
Csató László	42	Gyetvai Márton	28,38
Cseh Ágnes	43,44	Győrffy Lajos	60
Csendes Tibor	32,45,64,120	Györgyi Péter	61
Csipkés Margit	91	Hajba Tamás	63
Csizmás Edit	56	Hegyháti Máté	89,93
Csóka Endre	46	Herings, P-Jean-Jacques	47
Csóka Péter	47	Heinc Emília	64
Darvay Zsolt	48,107	Homolya Viktor	65
Dávid Balázs	49	Horváth Gábor	66
Dimény Imre	50	Horváth József	64
Dobos Imre	51,58	Horváth Markó	67
Dombi József	52	Horváth Zoltán	63,68

Hujter Mihály	69	Mészáros Csaba	85
Illés Tibor	48,90,114	Mészáros-Karkus Zsuzsa	74
Juhos Attila	44	Mihály Zsolt	99
Jüttner Alpár	70	Mihálykó Csaba	86,87
Kardos Dóra	71,94	Mihálykóné Orbán Éva	86,87
Kardos Orsolya	72	Miklós István	88
Kehl Dániel	108	Mikó Edit	64
Kerekes Balázs	73	Mincu, Radu-Stefan	38
Király Tamás	74	Molnár Gergő	89
Kis Tamás	61,67	Molontay Roland	66
Kóczy Á. László	75	Morapitiye Sunil	90
Kocsi Balázs	98	Nagy István	32
Koltai Tamás	50,75	Nagy Lajos	91,98
Koniorczyk Máttyás	76	Naszvadi Péter	92
Kovács András	67,77	Nguyen, Tri-Dung	34
Kovács Edith	66,78	Novaczki Szabolcs	66
Kovács Erzsébet	27	Ósz Olivér	93
Kovács László	28	Papp Ádám	93
Kovács Lóránt	56	Patassy Patrik	71,94
Kővári Bence	55,96	Petróczy Dóra Gréta	95
Krész Miklós	73,79	Pintér Benedek	96
Kuncz Izabella	35	Pintér Miklós	76,82
Lengyel Balázs	110	Pluhár András	60,97
Levin, Asaf	29,31	Popa, Alexandru	38
London András	80	Povh, Janez	48
Lovics Gábor	81	Psenák Bálint	63
Madarasi Péter	70	Pusztai László	98
Mágó Mánuel László	82,83	Ragó Rita	99
Mályusz Levente	84	Rappai Gábor	108
Mester Abigél	45	Rásonyi Miklós	100

Recski András	101	Tasnádi Attila	112
Rigó Petra Renáta	48,107	Temesi József	113
Sebestyén Tamás	105	Tollner Dávid	114
Solymosi Tamás	102	Tóth Attila	73
Starkné Dr. Werner Ágnes	54	Tóth Bence	115
Süle Zoltán	103	Tóth László	116
Szabó Andrea	104	Vajnai Tibor	56
Szabó Balázs	105	Varga Anita	84
Szabó Sándor	71,94,106,111	Verma, Utkarsh	38
Szántai Tamás	56,78	Vincze Nándor	52
Szántó Richárd	26	Vinkó Tamás	65,117
Szénási Eszter	107	Vörös József	118
Szerb László	108	Vörösmarty Gyöngyi	51
Sziklai Balázs R.	75,110	Zaválnij Bogdán	71,94,119
Sztojkovics Dóra	111	Zombori Dániel	120
Tamás Alexandra	75		

