

# Lineáris differenciál-algebrai egyenletek pozitív invariáns halmazainak konstrukciója a Farkas-lemma felhasználásával

Horváth Zoltán

Széchenyi István Egyetem

horvathz@sze.hu

Számos időfüggő fizikai folyamat modellezhető véges, tipikusan sok dimenziós állapottérben felírt differenciálegyenlet (DE), illetve differenciál-algebrai egyenlet (DAE) felhasználásával. (Utóbbiaknál pl.  $n$  állapotváltozó esetén  $m < n$  differenciálegyenlet és  $n - m$  algebrai egyenlet adott.) A modellezett fizikai folyamat több fontos tulajdonsága az állapotvektorra vonatkozó egyenlőtlenség-rendszerrel fogalmazható meg (pl. az összenergia adott felső korlátja, vagy a koncentráció adott határai miatt), amelyek az állapottér egy invariáns  $C$  részhalmazát határozzák meg a megfelelő DE-re, illetve DAE-re. Ezt a  $C$ -t pozitív invariánsnak nevezzük, ha teljesül, hogy ha a vizsgált DE, illetve DAE tetszőleges megoldása egy tetszőleges időpontban  $C$ -hez tartozik, akkor ez a megoldás ettől az időponttól fogva végig  $C$ -ben marad.

Az ún. Nagumo-lemma elméleti szükséges és elégséges feltételt fogalmaz meg arra, hogy az állapottér egy adott  $C$  részhalmaza egy adott DE-re pozitív invariáns-e. Ennek konstruktív ellenőrzésére módszereket mutatott be H., Song és Terlaky közös cikkeikben, különféle alternatíva tételek (pl. Farkas-lemma, S-lemma) felhasználásával.

Lineáris DAE-kre vonatkozóan pozitív invariáns  $C$  halmazok jellemzésére a szakirodalom csak elégséges feltételeket ismer, amelyek az állapottér DAE-től függő különféle projekcióinak felhasználásával írhatók fel; ezek gyakorlati feladatokban nem, vagy csak nehezen alkalmazhatóak.

Ebben az előadásban konstruktívan ellenőrizhető szükséges és elégséges feltételt mutatunk be lineáris DAE-khez, poliéderek pozitív invarianciájának meghatározására a Farkas-lemma felhasználásával.