

Egyedi mintázatú (g,f) -faktorok

Krész Miklós^{a,b}

^a Szegedi Tudományegyetem

kresz@jgypk.szte.hu

^b InnoRenew CoE & UP IAM

A párosítások elméletének klasszikus általánosítása a (g,f) -faktorok koncepciója, mely a következőképp definiálható. Adott egy G irányítatlan gráf, valamint a g és f nemnegatív függvények, melyek a G csúcsain értelmezettek és érvényes rájuk a $g(v) \leq f(v) \leq \deg_G(v)$ egyenlőtlenség, ahol \deg_G a csúcsok G -beli fokszámát reprezentálja. Egy (g,f) -faktor alatt a G egy olyan H részgráfját értjük, melyre $g(v) \leq \deg_H(v) \leq f(v)$ minden v csúcs esetén. A G gráf egy adott H (g,f) -faktorának egyik fő jellemzője az úgynevezett *fokszám-mintázat*, amely a G -beli csúcsok fokszámának egy olyan \mathbf{p}_H vektora, ahol a csúcsok sorrendje előre rögzített. Egy H (g,f) -faktort egyedi mintázatúnak vagy egyedileg korlátozottnak (uniquely restricted) nevezünk, ha bármely más (g,f) -faktor esetében a fokszám-mintázat \mathbf{p}_H -től különböző.

A fenti koncepciót eredetileg a párosításokra definiálta M.C. Golumbic, T. Hirst és M. Lewenstein 2001-ben és egyben megmutatták, hogy a maximális egyedi mintázatú párosítás megtalálása NP-nehéz. Ennek köszönhetően az utóbbi évek intenzív kutatása főként speciális esetek vizsgálatára koncentrált. Más megközelítést alkalmazott V.E. Levit and E. Mandrescu egy 2003-as publikációjukban, melyben felvetették, hogy polinomiális időben eldönthető-e egy adott G gráf esetén, hogy az összes maximális párosítása egyedi mintázatú-e. A fenti kérdésre Penso et al adott a közelmúltban pozitív választ ¹.

Jelen előadásban bemutatjuk, hogy a fenti eredmény a (g,f) -faktorokra is kiterjeszhető, valamint megmutatjuk, hogy ebben az esetben a (g,f) -faktorok száma is polinomiális időben meghatározható.

Köszönetnyilvánítás: Jelen kutatást a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal az SNN-117879 sz. pályázatával támogatta. A szerző köszönetet mond az Európai Bizottságnak az InnoRenew CoE projekt (Pályázati azonosító: #739574) támogatásáért, mely a Horizont 2020 Widespread Teaming programjának keretében kerül megvalósításra.

¹ LD Penso, D Rautenbach, U dos Santos Souza, Graphs in which some and every maximum matching is uniquely restricted, Journal of Graph Theory (2018) **89**, pp. 55-63.