

# Ky Fan minimax-tételének általánosításai és azok alkalmazásai

Kolumbán József<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Kolozsvár  
jokolumban@yahoo.com

1972-ben Ky Fan bizonyította egy (egyenlőtlenségek megoldhatóságára vonatkozó) tételt, amely általánosítása Neumann János minimax-tételének. Hatékonyság tekintetében a tétel egyenértékű a Brouwer-féle fixponttétellel. A rákövetkező években ez a tétel sarokkövévé vált az alkalmazott matematika olyan fontos fejezeteinek, mint amilyen az optimalizálás, gazdasági egyensúlyfeladatok stb. Ezért a feladatot, amelyre Ky Fan tétele vonatkozik, W. Oettli nyomán ma egyensúlyfeladatnak nevezzük. Az utóbbi évtizedekben az egyensúlyfeladattal kapcsolatos sok irányú vizsgálatok egy egységes elméletté álltak össze, amely a tudomány különböző területein alkalmazható. Kiderült, hogy bizonyos technikák, amelyeket korábban sajátos esetekben fedeztek fel, alkalmazhatók általános egyensúlyfeladat esetén is.

Miután kiderült, hogy a fizikából ismert variációs elvek és a parciális differenciálegyenletekre vonatkozó számos feladat megfogalmazható ugyan egyensúlyfeladatként, de ezekre Ky Fan tétele nem alkalmazható, H. Brézis, L. Nirenberg és G. Stampacchia oly módon általánosították a tételt, hogy az legyen alkalmazható ilyen típusú feladatokra is. Ezzel a variációs egyenlőtlenségek témakörének bizonyos kérdései szintén tárgyalhatók lettek az egyensúlyelmélet segítségével. Az utóbbi években viszont az is kiderült, hogy a hidrodinamika több fontos kérdése (például a Navier-Stokes egyenlet) nem illeszthető be ebbe az általánosabb keretbe sem. Az *Optimization* folyóiratban 2018 nyarán közölt dolgozatukban Inoan Daniela és Kolumbán József rámutattak arra, hogy az egyensúlyfeladatok elmélete alkalmazhatóságának gátat szab az a tény, hogy magát a feladatot kétváltozós funkcionállal fogalmazzuk meg. Ha háromváltozós funkcionállal értelmezzük az egyensúlyfeladatot, akkor az így kapott elmélet alkalmazhatóságának keretei kitágulnak, és alkalmazható lesz, például, a Navier-Stokes egyenletre is. Illusztrációként az új elméletből két tételt fogok bemutatni: egy létezési tételt és egy eredményt a megoldások Hölder - regularitásáról.