Nehéz leszámlálási problémák, amiket könnyű approximálni

István Miklós[a], [b]

[a] Rényi Intézet, 1053 Budapest, Reáltanoda u. 13-15
miklos.istvan@renyi.mta.hu
[b] SZTAKI, 1111 Budapest, Lágymányosi u. 11

Ebben az előadásban olyan problémákról fogunk beszélni, amelyek komputációsan nehezek, ha egzakt megoldást szeretnénk, viszont polinom időben nagyon jól approximálhatóak random algoritmussal. Nevezetesen, ezek a problémák a #P-teljes és az FPRAS metszetében vannak. A #P bonyolultságelméleti osztály azon leszámlálási problémákat tartalmazza, amelyek az NP-beli problémák tanui számát kérdezik meg. Egy probléma #P-teljes, ha #P-beli és #P-nehéz, ahol a nehézség a szokásos Karp-redukcióval van definiálva. Az FPRAS a teljesen polinomiális randomizált approximációs séma (Fully Polynomial Randomized Approximation Scheme). Az FPRAS-beli leszámlálási problémákra létezik olyan random algoritmus $\varepsilon, \delta > 0$ paraméterekkel, amely egy random $\hat{f}$ becslést ad az f valódi megoldásra, úgy, hogy a

$$P\left(\frac{f}{1+\varepsilon} \leq \hat{f} \leq f(1+\varepsilon)\right) \geq 1-\delta$$

egyenlőtlenség teljesül. Továbbá az algoritmus futási ideje $O\left(poly\left(|x|\frac{1}{\varepsilon}, -\log(\delta)\right)\right)$, ahol $|x|$ jelöli a feladat méretét.

Meglepő módon, a #P-teljes és az FPRAS osztályok metszete nem üres, de ebből nem következik az, hogy minden #P-beli problémára létezik FPRAS. Ez kontrasztban áll Papadimitriou közismert tételével a nehéz döntési problémák random approximációjáról, mely azt mondja ki, hogy ha az NP-teljes és a BPP osztályok metszete nem üres, akkor bból következne, hogy RP = NP.

Az előadásban olyan problémákra fókuszálunk, amelyek a kombinatorikus optimalizáláshoz kapcsolódnak, mint pl. a knapsack és politópok bizonyos tulajdonságainak a kiszámolása. Úgyszintén külön hangsúlyt kapnak a bioinformatikához kapcsolható leszámlálási és mintavételezési problémák is.

Köszönetnyilvánítás

A kutatást az NKFIH támogatta 126853 pályázati számmal.