

A Shapley-érték konstans-összegű kooperatív játékokban

Solymosi Tamás

Budapesti Corvinus Egyetem
tamas.solymosi@uni-corvinus.hu

A Shapley-érték a kooperatív játékok egyik központi megoldása: tet-szöleges játékban egyértelműen megadja az egyes játékosok "igazságos" részesedését az együttműködésük révén elérhető maximális összhaszonnól. Számos axiomatikus jellemzése ismert különféle játékosztályokra.

Előadásunkban megmutatjuk, hogy Shapley (1953) klasszikus karakterizációja érvényes a (nemnegatív) konstans-összegű kooperatív játékok osztályára szűkítve is: a konstans-összegű kooperatív játékok lineáris vektorterén a Shapley-érték az egyetlen olyan *lineáris* leképezés a kifizetésvektorok lineáris vektorterébe, amely *hatékony* (a játékosok kifizetéseinek összege azonos a nagykoalíció értékével), *párszimmetrikus* (a hozzáadott érték szempontjából nem megkülönböztethető játékosok egyenlő kifizetést kapnak) és *nulla-játékos tulajdonságú* (a konstans nulla hozzájárulású játékos(ok) kifizetése nulla).

Bizonyításunk követi Shapley (1953) gondolatmenetét, de egy (nemnegatív) konstans-összegű játékokból¹ álló bázist használunk. Az inverz bázis segítségével meghatározunk egy olyan "részesedési mátrixot", amely csak a játékosok számától és a Shapley-féle csatlakozási valószínűségektől függ. Egy konstans-összegű játék vektorát ezzel a mátrixszal megszorozva megkapjuk a játék Shapley-értékét.

Megmutatjuk továbbá, hogy miként lehet ezzel a speciális játékosztályra kidolgozott módszerrel bármilyen kooperatív játék Shapley-értékét is meghatározni.

Köszönetnyilvánítás: A szerző köszöni az NKFIH K-119930 pályázat, illetve az MTA KEP-6/2017 projekt támogatását.

¹Ezeket az "átlag-egyértékes" játékokat használva igazolta Khmelnitskaya (Int J Game Theory (2003) 32: 223–227), hogy a Shapley-érték Young-féle (1985) karakterizációja érvényes a (nemnegatív) konstans-összegű játékok osztályán is, de abban a jellemzésben a használt játékok közötti lineáris függőség kiszűrésére nincsen szükség.