Ütemezés nem-megújuló erőforrásokkal

Kis Tamás[a], Györgyi Péter[a], Drótos Márton[a]
[a] MTA SZTAKI
kis.tamas@sztaki.mta.hu

Az egygépes, nem-megújuló erőforrás-korlátos ütemezési probléma a következő. Adott egy gép, és egy nem megújuló erőforrás (tehát használatával a rendelkezésre álló mennyiség fogy), és célunk az ütemezendő feladatok súlyozott befejezési idejének a minimalizálása. Minden j feladatnak van egy p_j feldolgozási ideje, és egy w_j súlya, valamint egy a_j erőforrás igénye, minden adat nemnegatív egész. Ezen kívül van egy nem-megújuló erőforrás, aminek van egy induló készlete (b_1 az $u_1 = 0$ időpontban), és van belőle néhány további beszállítás a $0 < u_2 < \cdots < u_q$ időpontokban, amikor is rendre $b_2, \ldots, b_q$ mennyiség érkezik még (pozitív egész számok). Egy S ütemterv megadja minden feladat kezdési idejét (S_j), és akkor megengedett, ha a következő két feltétel teljesül: (i) a feladatok nem fedik át egymás időben, azaz $S_j + p_j \leq S_k$ vagy $S_k + p_k \leq S_j$ minden $j \neq k$ feladatpárra, és (ii) minden $t \geq 0$ időpontban teljesül, hogy az összes beszállítás a t időpontig legalább akkora, mint a t időpontnál nem később kezdődő feladatok összes igénye, azaz $\sum_{\ell\,:\,u_\ell \leq t} b_\ell \geq \sum_{j\,:\,S_j \leq t} a_j$. Olyan megengedett ütemtervet kell meghatározni, ami minimalizálja a $\sum w_j C_j$ célfüggvényt, ahol is $C_j = S_j + p_j$. Ennek a feladatnak vizsgáltuk a komplexitását, és az approximálhatóságát az NP nehéz esetekben. Az alábbi táblázat foglalja össze az eddigi eredményeket a feladat paramétereire tett különféle megkötések mellett. Az 1–3 sorok polinomálisan kezelhető esetek, a 4–6 sorok NP-nehéz variánsok, míg a 7–11 sorok ezek approximálhatósága jelen tudásunk szerint.

Sor	**Megkötés**	**Célfüggvény**	**Eredmény**
1	$p_j = \bar{p}$, $a_j = \bar{a}$	$\sum w_j C_j$	poli idő (csökk. w_j)
2	$p_j = \bar{p}$, $w_j = \bar{w}$	$\sum \bar{w} C_j$	poli idő (növ. a_j)
3	$a_j = \bar{a}, w_j = \lambda p_j$	$\sum w_j C_j$	poli idő (csökk. p_j)
4	$q = 2, p_j = 1$, $w_j = \lambda a_j$	$\sum w_j C_j$	gyengén NP-nehéz
5	$q = 2, w_j = p_j = a_j$	$\sum p_j C_j$	gyengén NP-nehéz
6	$w_j = p_j = a_j$	$\sum p_j C_j$	erősen NP-nehéz
7	$w_j = p_j = a_j$	$\sum p_j C_j$	2-approx algoritmus (LPT)
8	$q = const$, $w_j = p_j$	$\sum p_j C_j$	PTAS
9	$q = const$, $a_j = \bar{a}, w_j = 1$	$\sum C_j$	FPTAS
10	$q = 2$, $p_j = 1$, $a_j = w_j$	$\sum w_j C_j$	2-approx (csökk. w_j)
11	$p_j = 1$, $a_j = w_j$	$\sum w_j C_j$	3-approx (csökk. w_j)

Egy nyitott kérdés: lehet-e megkötések nélkül a $\sum w_j C_j$ célfüggvényt approximálni konstans hibával?

Köszönetnyilvánítás: Az fenti eredmények elérését az ED_18-2-2018-0006, és az SNN 129178 NKFIH támogatások tették lehetővé.