

# Optimalizálás és a sztochasztikus Langevin algoritmus

Rásonyi Miklós

MTA Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet  
rasonyi@renyi.mta.hu

Bemutatjuk az ún. sztochasztikus Langevin algoritmust, melyet a következő rekurzió generál:

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \lambda H(\theta_t, Y_t) + \sqrt{\lambda} \xi_{t+1}.$$

Itt  $\theta_0 \in \mathbb{R}^d$  egy (véletlen vagy determinisztikus) kezdőpont,  $\xi_t, t \in \mathbb{N}$  független  $d$ -dimenziós sztenderd normális valószínűségi változók sorozata.  $\lambda > 0$  a lépésköz,  $H(\theta, Y_t)$  pedig egy  $h : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$  függvény torzítatlan becslése, azaz  $E[H(\theta, Y_t)] = h(\theta), \theta \in \mathbb{R}^d$ . Első közelítésben feltehetjük, hogy  $Y_n, n \in \mathbb{N}$  valamilyen független, azonos eloszlású sorozat.

Ezzel az eljárással magas dimenziós valószínűségi eloszlásokból lehet aszimptotikusan mintavételezni: ha  $h = \nabla U$  valamely  $U : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}_+$ , akkor (alkalmas feltételek mellett)  $\theta_t$  eloszlása nagy  $t$ -re és kis  $\lambda$ -ra közel lesz a

$$d\pi(x) = \frac{e^{-U(x)}}{\int_{\mathbb{R}^d} e^{-U(z)} dz} dx,$$

valószínűségi mértékhez.

Elmagyarázzuk, hogyan használható ez az eljárás az  $U$  globális minimumainak megkeresésére, még nem konvex  $U$  esetén is. Az algoritmus konvergenciájára vonatkozó ismert és friss eredményeket mutatunk be.

Két irányban általánosítunk: egyrészt  $Y_t$ -ről bizonyos esetekben elég feltenni, hogy valamely keverési tulajdonsággal bír. Másrészt tekintjük azt az esetet is, amikor a  $H$  függvény szakadáson. Ez utóbbinak pénzügyi matematikai alkalmazásokban van szerepe: adaptív módon határozhatunk meg optimális stratégiákat.

Az előadás alapját képező eredmények közösen születtek Mathias Borkhagen-nel, Ngoc Huy Chau-val, Éric Moulines-nel, Sotirios Sabanis-szal, Tikosi Kingával és Ying Zhang-gal.

**Köszönetnyilvánítás:** A kapcsolódó kutatásokat támogatta az MTA LP 2015-3 számú „Lendület” pályázata, az NKFIH KH 126505 számú pályázata, valamint az Alan Turing Institute, London.